



MATURË SHETËRORE

TESTE

MATEMATIKË

2020 – 2023

MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Qershor, 2020

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në listën e përgjigjeve.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori).

Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar shkronjën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjeqjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjeqjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e palexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë.

Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

1 **1 pikë**

Vlera e bashkësisë numerike $\left[\left(2^{-1} : \left(\frac{1}{4} \right)^{-3} \cdot 8 \right) \right]^{0,25} \cdot \left(\frac{1}{16^{\frac{-3}{2}}} \right)^0$ është:

- A. 4
- B. $\frac{1}{4}$
- C. 2
- Ç. $\frac{1}{2}$

2 **1 pikë**

Polinomi $3x^3 - 5x^2 - 9xy + 15y$ i reduktuar në shumëzues është:

- A. $x(3x-5)(x+3y)$
- B. $(3x-5)(x^2-3y)$
- C. $y(9x-5x)(3x+5)$
- Ç. $(3x^3-5x^2)(-9xy+15y)$

3 **1 pikë**

Në qoftë se x_1 dhe x_2 janë zgjidhje të barazimit katror $x^2 + 6x - 10 = 0$, atëherë vlera e shprehjes $\frac{x_1 x_2}{2} - 3x_1 - 3x_2$ është:

- A. 13
- B. 23
- C. 27
- Ç. -13

4 **1 pikë**

Në qoftë se $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} \leq 1, x \neq 0$, atëherë:

- A. $x \leq \frac{1}{4}$
- B. $x \geq \frac{1}{4}$
- C. $x \leq \frac{3}{4}$
- Ç. $x \geq \frac{4}{3}$

5 Shuma e gjysmës, një të tretës dhe një të pestës së një numri është për 1 më e madhe se ai numër. Cili numër është ai?

1 pikë

- A. 15
- B. 20
- C. 30
- Ç. 60

6 Për cilën vlerë të parametrin a , sistemi i barazimeve $\begin{cases} 4x - ay = 6 + a \\ ax - y = 2a \end{cases}$ nuk ka zgjidhje?

1 pikë

- A. $a = 2$
- B. $a = -2$
- C. $a = 4$
- Ç. $a = 3$

7 Në qoftë se diagonalet e rombit kanë gjatësitë a dhe $a\sqrt{3}$, atëherë syprina e rombit është:

1 pikë

- A. a^2
- B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$
- Ç. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

8 Numri i diagonaleve të një shumëkëndëshi, të tërhequra nga një kulm, është dy herë më i vogël nga numri i brinjëve të tij. Sa brinjë ka shumëkëndëshi?

1 pikë

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- Ç. 7

9 Kubi dhe trekëndëshi barabrinjës kanë perimetra të barabartë.

Në qoftë se syprina e trekëndëshit është $9\sqrt{3}$, atëherë brinja e kubit është:

- A. 8
- B. 3
- C. $\frac{5}{2}$
- Ç. $\frac{9}{2}$

1 pikë

10 Për sa herë do të rritet vëllimi i cilindrit, në qoftë se radiusi i tij rritet për n -herë, ndërsa lartësia rritet për m -herë?

- A. $m \cdot n$ - herë
- B. $m^2 n$ - herë
- C. $n^2 m$ - herë
- Ç. $m^2 n^2$ - herë

1 pikë

11 Distanca nga pika $A(2, -4)$ deri te pika qendrore e segmentit $MN [M(3, -2), N(-5, 2)]$ është:

- A. 5
- B. $\sqrt{8}$
- C. 25
- Ç. $\sqrt{17}$

1 pikë

12 Drejtëza $(a-1)x + (2a+1)y + a+1 = 0$ është paralele me boshtin x -në qoftë se:

- A. $a = -1$
- B. $a = -\frac{1}{2}$
- C. $a = 0$
- Ç. $a = 1$

1 pikë

13 Pika M e cila shtrihet në boshtin e ordinatës është barabarësish larg nga pika $A(9,-3)$ dhe fillimi i koordinatës. **Pika M ka koordinatat:** **1 pikë**

- A. $M(-15,0)$
- B. $M(-45,0)$
- C. $M(0,-15)$
- Ç. $M(0,15)$

14 Është dhënë barazimi i drejtëzës $px + (p-2)y - 6 = 0$. Në qoftë se drejtëza e boshtit $-x$ pret një segment me gjatësi dyfish më të madhe nga gjatësia e segmentit të cilin e pret nga boshti $-y$ atëherë vlera e parametrit p është: **1 pikë**

- A. 2
- B. -2
- C. 0
- Ç. 6

15 Në një kuti ka 9 unaza ari dhe një unazë diamanti. Në qoftë se rastësisht tërheqim një unazë nga kutia, sa ka të ngjarë që të tërheqim unazën e diamantit? **1 pikë**

- A. 10%
- B. 15%
- C. 20%
- Ç. 25%

16 Në qoftë se hedhim një zar 3-herë, gjasat për të fituar tri gjashta janë: **1 pikë**

- A. $\frac{3}{6^3}$
- B. $\frac{1}{6^2}$
- C. $\frac{3}{6^2}$
- Ç. $\frac{1}{6^3}$

17 Në qoftë se shënojmë 10 karta me numrat të cilët janë elemente të bashkësisë $M = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 10\}$, atëherë gjasa të tërhiqet një kartë e cila do jetë e shënuar me zgjidhjen numerike të barazimit $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$ është:

- A. 0,1
- B. 0,2
- C. 0,3
- Ç. 1

1 pikë

18 Anëtari i pestë i progresionit gjeometrik me $a_2 = 2$ dhe $q = \frac{1}{3}$ është:

- A. $\frac{2}{27}$
- B. $\frac{8}{27}$
- C. $\frac{7}{81}$
- Ç. $\frac{1}{9}$

1 pikë

19 Cakto vlerën e k , ashtu që $k+2, 4k-6, 3k-2$ janë tre anëtarët vijues të progresionit aritmetik.

- A. $k = 5$
- B. $k = 7$
- C. $k = 9$
- Ç. $k = 3$

1 pikë

20 Cakto anëtarin e parë të progresionit aritmetik, në qoftë se $a_3 = -1$ dhe $a_7 = -13$.

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- Ç. 7

1 pikë

21

A. Në qoftë se $a = 5^3 \cdot 4^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$, $b = 10^3 \left(\frac{3}{5}\right)^2$, atëherë $\frac{a}{b} =$ _____.

B. Shprehjen $200 \cdot 8000$ shkruaje në formë të $A \cdot 10^5$, ku A është konstanta të cilën duhet ta caktosh.

Përgjigje: _____.

2 pikë

1	2
---	---

22

Vlera e shprehjes $\frac{0, (5) - \frac{7}{18} \cdot 2}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$ është _____.

2 pikë

1	2
---	---

23

A. Për cilët numra real x , shuma e shprehjeve $\frac{3x-2}{4}$ dhe $\frac{2x-1}{2}$ është më e vogël se 3?

Përgjigje: _____.

B. Për cilët numra natyror x , shuma e shprehjeve $\frac{3x-2}{4}$ dhe $\frac{2x-1}{2}$ është më e vogël se 3?

Përgjigje: _____.

2 pikë

1	2
---	---

24

A. Cakto funksionin katror për të cilin $f(2) = f(-2) = 2$, $f(0) = -2$.

$f(x) =$ _____.

B. Në qoftë se numri i mushkonjave për metër katror varet nga sasia e të reshurave dhe është dhënë me formulën $K(x) = -x^2 + 10x$, atëherë numri maksimal i

mushkonjave është _____ për m^2 .

2 pikë

1	2
---	---

25

Në një paketë ka topa tenisi numri i të cilëve është më i madh se 180, e më i vogël se 200. Ata mund të paketohen në kuti që përmbajnë nga 4 topa ose në kuti që përmbajnë 6 topa. Sa topa tenisi gjithsej ka në paketë?

Përgjigje: _____.

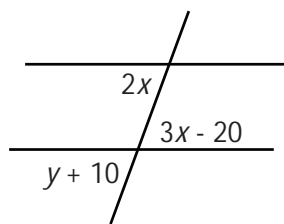
2 pikë

1	2
---	---

26

Madhësia e këndeve x°, y° , sipas

skicës së dhënë, është $x^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$, $y^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.



2 pikë

1	2
---	---

27

Rreth topit me rrezen R është shkruar një cilindër.

A. Lartësia e cilindrit është e barabartë me _____.

B. Raporti i vëllimeve të topit dhe cilindrit është _____.

2 pikë

1	2
---	---

28

A. Distanca nga fillimi i koordinatës deri tek drejtëza $2x + 3y - 5 = 0$

është _____.

B. Këndi mes drejtëzës e cila kalon nëpër pikat $A(4, -1), B(3, 4)$ dhe drejtëzat

$2x + 3y - 5 = 0$ është _____.

2 pikë

1	2
---	---

29

Është dhënë $\Omega = \{A, B, C\}$. Në qoftë se $p(A) = 2 \cdot p(B)$ dhe $p(C) = \frac{1}{4}$, atëherë

$p(\bar{B}) \cdot p(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2 pikë

1	2
---	---

30

A. Ana në testin e parë nga matematika ka pasur 57 pikë, në të dytin 61 dhe në të tretin 65.

Në qoftë se rezultatet në testet në vijim vazhdimisht rriten me të njëjtin trend,

atëherë Ana në testin e nëntë do të ketë _____ pikë.

B. Në qoftë se $10 + x, 17 + x, 31 + x$ janë tre anëtarët vijues të progresionit gjeometrik,

atëherë $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

2 pikë

1	2
---	---

31 Kryej operacionet dhe thjeshto shprehjen:

$$\left(\frac{x^2 - xy}{x^2y + y^3} - \frac{2x^2}{y^3 - xy^2 + x^2y - x^3} \right) \cdot \left(1 - \frac{y-1}{x} - \frac{y}{x^2} \right)$$

Zgjidhje:

5 pikë

1	2
---	---

32 Cakto bashkësinë e vlerave të parametrut m , ashtu që zgjidhja (x, y) e sistemit

$$\begin{cases} x - 2y + m = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases} \text{ të plotësojë jobarazimin } 3x + y < 5.$$

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

33 Për cilën vlerë të parametrin real m barazimi $x^2 - (2m + 5)x + 5m + 4 = 0$

ka zgjidhje x_1 dhe x_2 për të cilat vlen $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 + 1$?

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

- 34** Në rombin me diagonalet 30cm dhe 40cm , është shkruar një lakore e cila ndan brinjën e rombit në dy pjesë.
Njehso gjatësinë e pjesës më të madhe.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

35 Lartësia e konit të drejtë rrethor është për 1 cm më e madhe se rrezja, por për 1 cm më e vogël se përfutjesja.

4 pikë

A. Njehso syprinën e konit.

B. Njehso vëllimin e konit.

Zgjidhje:

1	2
---	---

36

Bazë e prizmit të drejtë është trapezi barabrinjës me baza 8cm dhe 2cm . Në prizëm është shkruar një cilindër.

Njehso raportin e vëllimit të cilindrit dhe vëllimit të prizmit.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

37 Është dhënë trekëndëshi ABC me kulmet e tij $A(-2,5)$, $B(6,-1)$, $C(-2,3)$.
Në qoftë se pika M është qendra e brinjës AB , N është qendra e brinjës BC dhe P është qendra e brinjës AC , atëherë njehso:

1	2
---	---

- A. koordinatat e pikave M , N dhe P .
- B. syprinën e trekëndëshit MNP .
- C. distancën nga pika $C(-2,3)$ deri te drejtëza NP .

Zgjidhje:

38 Shkruaj barazimin e drejtëzës e cila kalon në pikën $M(3,-1)$ dhe formon trekëndësh barabrinjës me drejtëzat $2x - y + 7 = 0$ dhe $x + 2y + 1 = 0$.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

39 Një basketbollist po realizon dy gjuajtje të lira. Gjatë kësaj, janë të mundshme këto ngjarje elementare:

E1: shënim në gjuajtjen e parë dhe shënim në gjuajtjen e dytë.

E2: shënim në gjuajtjen e parë dhe dështim në gjuajtjen e dytë.

E3: dështim në gjuajtjen e parë dhe shënim në gjuajtjen e dytë.

E4: dështim në të dyja gjuajtjet.

Është e njohur që $p(E_1) = \frac{49}{100}$, $p(E_2) = p(E_3) = \frac{21}{100}$, $p(E_4) = \frac{9}{100}$.

Cakto gjasat, në përqindje, të këtyre ndodhive:

A: lojtari do të shënojë nga gjuajtja e parë.

B: lojtari do të shënojë nga gjuajtja e dytë.

C: lojtari do të shënojë nga të dyja gjuajtjet.

Ç: lojtari do të shënojë së paku një herë nga të dyja gjuajtjet.

Zgjidhje:

1	2
---	---

40 Në qoftë se x_1, x_2 janë zgjidhje të barazimit $x^2 - 3x + a = 0$, ndërsa y_1, y_2 janë zgjidhje të barazimit $y^2 - 12y - b = 0$. Në qoftë se x_1, x_2, y_1, y_2 janë anëtarët vijues të progresionit gjeometrik rritës, cakto prodhimin $a \cdot b$.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

FAQE E ZBRAZËT



MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Qershor, 2021

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në **listën e përgjigjeve**.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e pallexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

1 Cili nga numrat e dhënë është numër irracional

1 pikë

- A. $-\sqrt{1}$
- B. 0,323223222...
- C. $-0,3(2)$
- Ç. $\frac{2}{5}$

2 Nëse $A = -\frac{3}{5} + \frac{3}{5} : \frac{2}{5}$, atëherë $(0,1+A)^3$ do të jetë e barabartë me:

1 pikë

- A. -8
- B. 0
- C. 1
- Ç. 3

3 Shprehja $2^{20} \cdot 5^{21}$ është e barabartë me:

1 pikë

- A. 10^{41}
- B. $5 \cdot 10^{20}$
- C. 10^{420}
- Ç. $5 + 10^{20}$

4 Është dhënë bashkësia $M = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4\}$, E saktë është:

1 pikë

- A. $-3 \notin M$
- B. $0 \notin M$
- C. $4 \notin M$
- Ç. $4 \in M$

5 Funkzioni linear $f(x) = 3x - ax + 1$ është monoton rritës. Atëherë për a vlen:

- A. $a < 3$
- B. $a > 3$
- C. $a = 3,1$
- Ç. $a \leq 3,1$

1 pikë

6 Secila bazë dhe lartësi e një trapezi janë zvogëluar për 50%. Syprina e atij trapezi do të jetë zvogëluar për:

- A. 50%
- B. 25%
- C. 75%
- Ç. 90%

1 pikë

7 Për cilat vlera të parametrin a barazimi katror $ax^2 + (2a - 3)x + a - 1 = 0$ nuk do të ketë rrënjë reale?

- A. $(-\infty, -1)$
- B. $(1, \infty)$
- C. $(-\infty, \frac{9}{8})$
- Ç. $(\frac{9}{8}, \infty)$

1 pikë

8 Zgjidhje e jobarazimit $12 - 0,2x > 10$ është intervali:

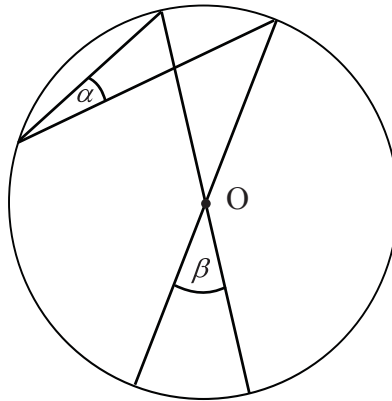
- A. $(2, \infty)$
- B. $(10, \infty)$
- C. $(-\infty, 2)$
- Ç. $(-\infty, 10)$

1 pikë

9 Është dhënë vija rrethore me qendër në pikën O . Nëse $\alpha=15^\circ$, atëherë

1 pikë

- A. $\beta=7,5^\circ$
- B. $\beta=15^\circ$
- C. $\beta=30^\circ$
- Ç. $\beta=45^\circ$



10 Gjatësitë e brinjëve të një trekëndëshi janë $4cm$, $6cm$ dhe $9cm$. Nëse trekëndëshi i ngjajshëm me trekëndëshin e dhënë e ka brinjën më të vogël të barabartë me $2cm$, atëherë brinja më e madhe do të jetë:

1 pikë

- A. $4cm$
- B. $4,5cm$
- C. $6cm$
- Ç. $6,5cm$

11 Goma e biçikletës e ka perimetrin $\frac{\pi}{2}m$. Rrezja e gomës është:

1 pikë

- A. $25m$
- B. $0,25dm$
- C. $25cm$
- Ç. πm

12 Trekëndëshi këndrejt i ka katetet 5 dhe 12 . Largesa prej kulmit të këndit të drejtë deri te mesi i hipotenuzës është:

1 pikë

- A. 5
- B. $6,5$
- C. $8,5$
- Ç. $2\sqrt{15}$

<p>13 Prerja boshtore e cilindrit është katror me syprinë 12. Vëllimi i cilindrit është:</p> <p>A. $6\sqrt{3}\pi$ B. 24π C. $24\sqrt{3}\pi$ Ç. 54π</p>	<p>1 pikë</p>
<p>14 Drejtëza që kalon nëpër qendrën e kordinatave dhe nëpër pikën $A(6, a-2)$ ashtuqë $a \in N, a < 2$, e ka koeficientin e drejtimit të barabartë me:</p> <p>A. -6 B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{6}$ Ç. 6</p>	<p>1 pikë</p>
<p>15 Pika $M(-2, 5)$ gjatë simetrisë qendrore me qendër në pikën S pasqyrohet në pikën $M'(2, -7)$. Atëherë vlen:</p> <p>A. $S(0, 1)$ B. $S(-2, -1)$ C. $S(0, -1)$ Ç. $S\left(0, -\frac{1}{2}\right)$</p>	<p>1 pikë</p>
<p>16 Nëse drejtëza $4\lambda x + 3y - 36 = 0$ në boshtin e x- it pret segment me gjatësi 2 atëherë vlera e parametrin λ është e barabartë me:</p> <p>A. 9 B. 2 C. $\frac{9}{2}$ Ç. $\frac{2}{9}$</p>	<p>1 pikë</p>

17 Drejtëza me barazimin $y = -4x + 2m - 7$ kalon nëpër pikën $(2, -1)$ nëse:

1 pikë

- A. $m = 7$
- B. $m = 2\frac{1}{2}$
- C. $m = -\frac{1}{2}$
- Ç. $m = -17$

18 Ndryshimi i mesit aritmetik dhe gjeometrik të numrave 1 dhe 25 është e barabartë me:

1 pikë

- A. 13
- B. 12
- C. 8
- Ç. 1

19 Numrat $\frac{5}{6}, x-1, \frac{6}{5}$ janë tre anëtar të njëpasnjëshëm të progresionit gjeometrik rritës. Vlera e x është:

1 pikë

- A. $\frac{11}{5}$
- B. $\frac{61}{60}$
- C. 0
- Ç. 2

20 Nëse është dhënë progresioni aritmetik ku anëtari i dytë $a_2 = 3$ dhe ndryshimi $d = 5$ atëherë $(a_1 + a_2)^2$ është e barabartë me:

1 pikë

- A. 1
- B. 9
- C. 25
- Ç. 64

21

$\frac{5}{2}$ prej vlerës të shprehjes $\frac{\left(\frac{1}{2}-1\right)^3:\left(-\frac{5}{8}\right)}{1+(-2)^2}$ është e barabartë me _____.

2 pikë

1	2
---	---

22

Janë dhënë polinomet $A(x)=x^3-1$ dhe $B(x)=x^2-x$.

A. PMP $[A(x); B(x)] =$ _____.

B. Vlera e $A(3)-B(-1) =$ _____.

2 pikë

1	2
---	---

23

Është dhënë bashkësia $M = \{x \mid x \in N, 1 \leq x < 10\}$, ku N është bashkësia e numrave natyror. Atëherë:

A. Numri më i vogël i thjeshtë prej bashkësisë M është numri _____.

B. $R \cap M =$ _____,

Ku R është bashkësia e numrave real.

2 pikë

1	2
---	---

24

Marku ka menduar ndonjë numër, e ka shumëzuar me 15, dhe prodhimin e ka shtuar 20, shumën e fituar e ka pjestuar me 4, në fund herësin e ka zvogëluar për 14 dhe e ka fituar numrin e kërkuar të zmadhuar tre herë.

Marku e ka menduar numrin _____.

2 pikë

1	2
---	---

25

Shuma e këndeve të mbrendshme të një shumëkëndëshi në të cilin mund të tërhiqen gjithsej 65 diagonale është _____.

2 pikë

1	2
---	---

26 Akuariumi në formën e një kubi me tehtë $0,6m$ është mbushur me ujë. Lartësia e ujit të akuariumit është $0,4m$. Në akuarium ka _____ l ujë.

2 pikë

1	2
---	---

27 Një e katërta e topit ka vëllim $9\pi cm^3$. Syprina e topit është _____ cm^2 .

2 pikë

1	2
---	---

28 Gjatësia e brinjës të një gjashtëkëndëshi të rregullt është $\sqrt{3}$. Llogarite shumën e gjatësive të të gjitha diagonaleve të gjashtëkëndëshit.

2 pikë

1	2
---	---

29 A. Drejtëza e dhënë me barazimin $y = -0,3x + 1$ është e shënuat në formën _____.

2 pikë

1	2
---	---

B. Drejtëza $2ax - 4y + \sqrt{2}(1 + a) = 0$ është normale me drejtëzën $y = -x + 3$ nëse $a =$ _____.

30 Shprehja $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{8}{3} + \dots + \frac{2^n}{3}$ është shuma e fundme e anëtarëve të progresionit _____, e cila është e barabartë me 170 për $n =$ _____.

2 pikë

1	2
---	---

Është dhënë barazimi $\frac{a-2}{a} \cdot \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a+1}{a+2} + \frac{a^2+4}{2a^2-8} \right) = 2a$.

1	2
---	---

A. Të caktohet bashkësia D të vlerave të lejuara të panjohurës a .

B. Zgjidhe barazimin.

Zgjidhje:

32 Cakto të gjitha vlerat të parametrin a për të cilin rrënja më e madhe e barazimit $x^2 - (14a - 1)x + 49a^2 - 7a = 0$ është pesë herë më e madhe nga rrënja më e vogël.

5 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

33

Të ardhurat prej 7500 euro janë ndarë katër shoqatave në raport 1:3:4:7. Nëse *A*-është shoqata e parë, *B*-shoqata e dytë, *C*-shoqata e tretë, dhe *D*-shoqata e katërt, gjeji shumat përkatëse në euro të cilat i kanë fituar secilat nga këto shoqata.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

34 Prodhimi i shifrave të një numri dyshifror është 20, gjatë pjestimit të atij numri me shumën e shifrave të tij fitohet herësi 6. Caktoje atë numër.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

35 Janë dhënë dy shumëkënështa konveks. I pari ka n kulme ($n \geq 4$), kurse i dyti 12 më tepër prej tij. Numri i përgjithshëm i diagonaleve i të dytit është shtatë herë më i madh prej numrit të përgjithshëm të diagonaleve të shumëkëndëshit të parë.

Caktoje numrin e kulmeve të secilit prej shumëkëndëshave.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

36

Trekëndëshi barakrahës ka këndin në majën prej 120° dhe rrezen e rrethit të mbrendashkruar $r=6$.

Caktoje syprinën e trekëndëshit.

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

37 Te piramida e rregullt katërkëndore me syprinë $16dm^2$ shuma e tehut të bazës dhe apotemës është $6dm$.

4 pikë

1	2
---	---

Njehso:

- A. tehun e bazës të piramidës;**
- B. lartësin e piramidës;**
- C. syprinën e prerjes diagonale.**

Zgjidhje: _____

38 Të caktohet vlera e parametrin λ ashtuqë pika e prerjes M e drejtëzave

$p: 4\lambda x - y - 6 = 0$ dhe $q: 3x + 2\lambda y - 9 = 0$ shtrihet në boshtin e x -it.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

39

Një anije shtrihet në pikën $N(5,10)$. Porti ku duhet anija të lundrojë shtrihet në drejtëzën $0,6x+0,8y-5=0$, kurse anija lëviz nëpër rrugën më të shkurtë deri te kjo drejtëz prej pozitës së përshkuar.

Të shkruhet barazimi i drejtëzës l e cila e paraqet rrugën më të shkurtër të lëvizjes së anijes prej pikës së dhënë deri te porti.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

40

Anëtari i parë i një progresioni gjeometrik rritës është rrënja e barazimit $x-2x=0$.

Cili do të jetë progresioni, nëse ndryshimi i anëtarit të pestë dhe të tretë është 12 herë më e madhe prej ndryshimit të anëtarit të tretë dhe të dytë?

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

FAQE E ZBRAZËT

MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Gusht, 2021

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në listën e përgjigjeve.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e palexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

1 Vlera e shprehjes $4-3 \cdot (-2)-10:2 \cdot 5$ është e barabartë me:

- A. -15
- B. -3
- C. 9
- Ç. 27

1 pikë

2 Numri $2^{12}+2^{10}$ nuk është i pjestueshëm me:

- A. 2
- B. 5
- C. 10
- Ç. 6

1 pikë

3 Nëse $M = \{x \mid x \in R, |x| \leq 3\}$ atëherë:

- A. $M = \emptyset$
- B. $M = (-\infty, 3]$
- C. $M = [3, +\infty)$
- Ç. $[-3, 3]$

1 pikë

4 Zgjidhje e barazimit $\frac{5x+5}{x+1} = 5$ nuk mund të jetë numri:

- A. -5
- B. 1
- C. -2
- Ç. -1

1 pikë

5 Është dhënë funksioni i cili numrit x i shoqëron numrin y dhe vlen $3x+5y=6$.
Zero e funksionit është:

- A. numër natyror.
- B. numër i plotë negative.
- C. numër iracional.
- Ç. numri zero.

1 pikë

6 Trinomi katror $-x^2+10x-25$ është i barabartë me:

- A. $(x-5)^2$
- B. $-(x+5)^2$
- C. $-(x-5)^2$
- Ç. $(5-x)^2$

1 pikë

7 Polinomi $x^3+x^2y-x^2z-xyz$ i zbërthyer në shumëzues të thjeshtë është:

- A. $x(x-y)(x-z)$
- B. $x(x-y)(x+z)$
- C. $x(x+y)(y-z)$
- Ç. $x(x+y)(x-z)$

1 pikë

8 Zgjidhje e jobarazimit $-\frac{1}{2} < 3x+4 < 5$ është intervali:

- A. $\left(-\frac{1}{2}, 5\right)$
- B. $\left(\frac{7}{6}, 3\right)$
- C. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right)$
- Ç. $\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$

1 pikë

9 Këndi I cili është pesë herë më i madh prej këndit të tij suplementar është i barabartë me:

- A. 36°
- B. 30°
- C. 150°
- Ç. 180°

1 pikë

10 Nëse a dhe b janë brinjët e një drejtkëndëshi, ashtuqë $a:b=3:2$, kurse syprina e tij është 24cm^2 , atëherë sa është $a+b$?

- A. 40cm
- B. 30cm
- C. 20cm
- Ç. 10cm

1 pikë

11 Trekëndëshi barabrinjës ka syprinën e barabartë me $4\sqrt{3}$. Rrezja e vijës rrethore të jashtashkruar rreth trekëndëshit është:

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
- C. $6\sqrt{3}$
- Ç. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

1 pikë

12 Në një kub me teh a është mbrendashkruar topi. Raporti I vëllimeve të kubit dhe topit është i barabartë me:

- A. $\frac{4\pi}{3}$
- B. $\frac{3\pi}{4}$
- C. $\frac{6}{\pi}$
- Ç. $\frac{\pi}{6}$

1 pikë

13 Tehu i bazës i një piramide gjashtëkëndore të rregullt është 2cm , kurse lartësia e piramidës e $H = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Vëllimi i piramidës është:

- A. 8cm^3
- B. 12cm^3
- C. 24cm^3
- Ç. 36cm^3

1 pikë

14 Nëse segmenti MN $[M(3,-1), N(-5,2)]$ me pikat P dhe Q është ndarë në tre pjesë të barabarta, atëherë koordinatat e pikës P janë:

- A. $P\left(-\frac{7}{3}, 1\right)$
- B. $P\left(\frac{1}{3}, 0\right)$
- C. $P\left(\frac{5}{3}, -\frac{8}{3}\right)$
- Ç. $P\left(\frac{7}{3}, -1\right)$

1 pikë

15 Janë dhënë pikat $A=(-4,3)$ dhe $B=(-4,7)$. Drejtëza, e cila është simetrale e segmentit AB e ka barazimin:

- A. $y=5$
- B. $y=10$
- C. $y=-4$
- Ç. $y=-4x$

1 pikë

16 Drejtëza e cila me pjesën pozitive të boshtit të x -it formon kënd prej 135° është:

- A. $x+2y+1=0$
- B. $x-2y-2=0$
- C. $2x+y+1=0$
- Ç. $x+y+2=0$

1 pikë

17 Drejtëza e cila me boshtet kordinative pren segmentet $m = \frac{3}{4}$ dhe $n = -\frac{1}{2}$ e shënuar në formën e përgjithshme është:

A. $4x-6y-3=0$
 B. $4x-6y-1=0$
 C. $3x-8y+1=0$
 Ç. $3x-8y+3=0$

1 pikë

18 Në një progresion aritmetik anëtari i parë është 2, kurse i njëmbëdhjeti është 4. Vlera e anëtarit a_{2021} është:

A. 404
 B. 406
 C. 2023
 Ç. 4042

1 pikë

19 Shuma e shtatë anëtarëve të parë të progresionit $2,-4,8,\dots$ është:

A. -254
 B. -127
 C. 43
 Ç. 86

1 pikë

20 Në një progresion aritmetik anëtari i parë është -8 , ndërsa shuma e 15 anëtarëve të parë është -150 . Ndryshimi i progresionit është:

A. $-18\frac{3}{4}$
 B. $-3\frac{1}{8}$
 C. $-1\frac{1}{6}$
 Ç. $-\frac{2}{7}$

1 pikë

21 Numri i numrave të thjeshtë të cilat i takojnë bashkësisë $A = \{x \mid x \in R, x \leq \sqrt{3}\}$ është:

2 pikë

1

2

22 Nëse x_1 dhe x_2 janë rrënjët të barazimit katror $x^2 - 5x + 2a = 0$ të lidhura me relacionin $2(x_1 + x_2) = x_1 x_2$, atëherë parametri a është i barabartë me _____.

2 pikë

1

2

23 Është dhënë polinomi $P(x) = x^3 + x + 1$. Caktoje vlerën e $P(2021) + P(-2021)$

Përgjigje: _____

2 pikë

1

2

24

A. Zgjidhje e jobarazimit $x(x-1) - (x-2)(x+2) < 0$ është bashkësia _____.

B. Zgjidhje e sistemit $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ 3y - x = 0 \end{cases}$ është (____, ____).

2 pikë

1

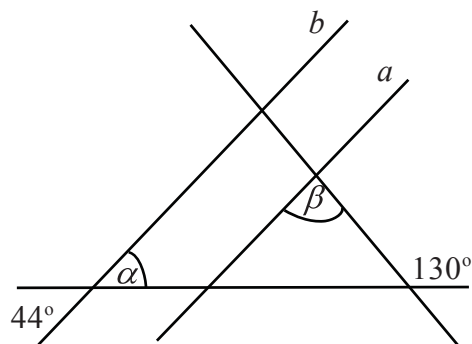
2

25 Nëse $a \parallel b$ atëherë këndi $\beta - \alpha =$ _____ °.

2 pikë

1

2



26 Është dhënë trekëndëshi barakrahës me bazë 16cm dhe krah 10cm . Syprina e

trekëndëshit është $S = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.

2 pikë

1	2
---	---

27 Në rombin me brinjë 10 njëra diagonale është për katër më e gjatë prej diagonales tjetër.

A. Caktoje gjatësin e diagonales më të gjatë (madhe) të rombit.

B. Caktoje syprinën e rombit.

2 pikë

1	2
---	---

28 Vëllimi i piramidës katërkëndore të rregullt është 48 , kurse lartësia 4 .

A. Apotema e piramidës është $\underline{\hspace{2cm}}$.

B. Syprina anësore e piramidës është $\underline{\hspace{2cm}}$.

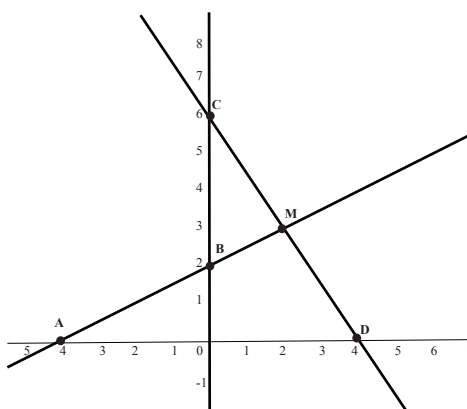
2 pikë

1	2
---	---

29 Sipas vizatimit, drejtëzat AB dhe CD të shkruara në formën segmentale kanë barazimet:

$AB: \underline{\hspace{2cm}}$.

$CD: \underline{\hspace{2cm}}$.



2 pikë

1	2
---	---

30 Le të jenë $-5, -2, 1$ tre anëtarët e parë të progresionit aritmetik. Shuma e të gjithë

anëtarëve indekset e të cilave i takojnë dhjetëshes së tretë është $\underline{\hspace{2cm}}$.

2 pikë

1	2
---	---

31

Çmimi i një libri është zvogëluar (zbritur) dy herë për 10%. Pas zbritjes, çmimi i tij është 324 denarë.

Sa ka kushtuar libri para zbritjes?

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

32 Shuma e numrave x dhe y është 3, kurse shuma e katrorëve të tyre është 29.

3 pikë

A. Caktoje xy

B. Njehso $(x-y)^2$

<input type="text"/>	<input type="text"/>
1	2

Zgjidhje:

33

Është dhënë barazimi katror $x^2+kx=k^2+5$.

5 pikë

A. Të caktohet vlera e parametrin k , ku $k>0$ për të cilën vlen barazimi

$$\frac{4}{x_1x_2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \text{ ku } x_1 \text{ dhe } x_2 \text{ janë rrënjët e barazimit të dhënë.}$$

B. Për $k>0$ të caktohen x_1 dhe x_2 .

Zgjidhje:

1	2
---	---

34 Caktoje vlerën e parametrin k , ashtuqë për zgjidhjen (x,y) e sistemit

$$\begin{cases} x + 2y - k = 0 \\ 3x + 4y - 11 = 0 \end{cases} \text{ është plotësuar kushti } x + y = 5.$$

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

35

Diagonalja e paralelogramit e ndan këndin e gjërë prej 120° në raport 1:3. Perimetri i paralelogramit është 24.

Caktoje syprinën e tij.

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

36 Është dhënë trekëndëshi me brinjë $a=12cm$, $b=35cm$ dhe $c=37cm$.

4 pikë

A. Të gjendet rrezja e rrethit të jashtashkruar dhe mbrendashkruar të trekëndëshit të dhënë.

1	2
---	---

B. Të caktohet për sa është më i madh perimetri i rrethit të jashtashkruar prej perimetrit të rrethit të mbrendashkruar të trekëndëshit të dhënë.

Zgjidhje:

37

Baza e prizmit të drejtë është romb me brinjë a dhe me diagonalet $d_1=24cm$ dhe $d_2=18cm$. Diagonalja e faqes anësore të prizmit të dhënë është $D=25cm$.

5 pikë

1	2
---	---

- A.** Të bëhet skica e prizmit dhe të shënohen elementet e dhëna të vizatimit: tehu a i bazës, d_1 dhe d_2 janë diagonalet e bazës, D është diagonalja e faqes anësore dhe H është lartësia e prizmit, dhe pastaj të njehsohet syprina e trupit të dhënë.
- B.** Sa është Vëllimi i piramidës e cila e ka bazën dhe lartësin e njëjtë me prizmin e dhënë.

Zgjidhje:

38 Pikat $A(2,0)$ dhe $B(12,0)$ janë kulmet e trekëndëshit këndrejtë ABC me hipotenuzë AB .
Kulmi C shtrihet në drejtëzën $y=x$.

Njehsoji koordinatat e kulmit C .

Zgjidhje:

4 pikë

<input type="text"/>	<input type="text"/>
1	2

39 Cakto pikën C në të cilën boshti i y -it e pret drejtëzën e cila kalon nëpër pikat $A(5,-6)$ dhe $B(-1,-4)$, dhe pastaj caktoje raportin $\overline{AC} : \overline{BC}$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

40 Është dhënë progresioni gjeometrik rritës për të cilën vlen $3a_3=2a_1-a_2$ dhe $a_1<0$.

Cakto herësin e progresionit.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

FAQE E ZBRAZËT

MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Qershor, 2022

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në listën e përgjigjeve.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e pallexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

FAQE E ZBRAZËT

1 Cili nga gjykimet e dhëna është i saktë?

1 pikë

- A. $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$
- B. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$
- C. $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \emptyset$
- Ç. $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$

2 Vlera e shprehjes $12:6 \cdot 2 + 10 - 8 \cdot 2$ është:

1 pikë

- A. 8
- B. -2
- C. 5
- Ç. -5

3 Thjeshto shprehjen $\frac{((-y)^{12})^{\frac{1}{6}}}{y^{-4} \cdot y^2}$, për $y \neq 0$.

1 pikë

- A. $\frac{1}{y}$
- B. y^4
- C. y^{12}
- Ç. $\frac{1}{y^4}$

4 Shprehja $5abc - (2a^2b - 3abc + 4ab^2 - a^2b)$ është e barabartë me:

1 pikë

- A. $2abc - a^2b + 4ab^2$
- B. $2abc - a^2b - 4ab^2$
- C. $8abc - a^2b - 4ab^2$
- Ç. $8abc - a^2b + 4ab^2$

5 **1 pikë**

Cila nga vlerat e dhëna është zero e funksionit $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$?

- A. 0
- B. -3
- C. $\frac{1}{2}$
- Ç. 6

6 **1 pikë**

Numri më i madh natyror që është zgjidhje e jobarazimit $4x - 1 < 11$ është numri:

- A. 2
- B. 1
- C. 3
- Ç. 4

7 **1 pikë**

Diskriminanta e barazimit katror $2x^2 + 4x - 6 = 0$ është:

- A. $\sqrt{64}$
- B. $\sqrt{-64}$
- C. 64
- Ç. -64

8 **1 pikë**

Shuma e tre numrave çift të njëpasnjëshëm është 72. Prej tyre më i madh është numri:

- A. 24
- B. 26
- C. 28
- Ç. 30

9 Nëse \vec{AB} , \vec{BC} dhe \vec{EC} janë vektorë, atëherë $\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{EC}$ është vektori:

1 pikë

- A. \vec{AC}
- B. \vec{AE}
- C. \vec{BE}
- Ç. $\vec{0}$

10 Këndi α që është dy herë më i madh nga këndi i tij komplementar është i barabartë me:

1 pikë

- A. 40°
- B. 45°
- C. 30°
- Ç. 60°

11 Te trekëndëshi barabrinjës me syprinë $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$, gjatësia e brinjës është:

1 pikë

- A. 4 cm
- B. 8 cm
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$
- Ç. $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}$

12 Shuma e këndeve të brendshme në një pesëkëndësh është:

1 pikë

- A. 180°
- B. 360°
- C. 540°
- Ç. 720°

13 Nëse rrezja e topit zmadhohet 2 herë, atëherë vëllimi i tij do të zmadhohet:

- A. 2 herë
- B. 4 herë
- C. 6 herë
- Ç. 8 herë

1 pikë

14 Nëse syprina e bazës së cilindrit barabrinjës është $4\pi\text{cm}^2$, atëherë syprina e prerjes boshtore është e barabartë me:

- A. 4 cm^2
- B. $4\pi\text{cm}^2$
- C. 16 cm^2
- Ç. $16\pi\text{cm}^2$

1 pikë

15 Piramida dhe prizma kanë baza dhe lartësi të njëjta. Herësi prej vëllimit të piramidës dhe vëllimit të prizmit është e barabartë me:

- A. $\frac{1}{3}$
- B. 3
- C. $\frac{1}{2}$
- Ç. 4

1 pikë

16 Pika M_1 që është simetrike me pikën $M(2,-3)$ në lidhje me qendrën koordinative ka koordinata:

- A. $(-2,-3)$
- B. $(-2,3)$
- C. $(2,3)$
- Ç. $C(2,-3)$

1 pikë

17

Forma segmentale e barazimit të drejtëzës $y = \frac{2}{3}x + 2$ është:

A. $2x - 3y + 6 = 0$

B. $\frac{2x}{-3} + \frac{y}{1} = 3$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1$

Ç. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$

1 pikë

18

Cila nga drejtëzat e dhëna kalon nëpër pikën $A(2, -1)$?

A. $2x + 3y - 5 = 0$

B. $-x + 2y + 4 = 0$

C. $x + 2y + 4 = 0$

Ç. $2x - 3y - 5 = 0$

1 pikë

19

Nëse a_1 është antari i parë, kurse d është ndryshimi i një progresioni aritmetik, atëherë antari i shtatë i progresionit është i barabartë me:

A. $a_1 + 7d$

B. $a_1 - 7d$

C. $a_1 + 6d$

Ç. $a_1 - 6d$

1 pikë

20

Herësi i një progresioni gjeometrik është $-\frac{1}{2}$, kurse shuma e katër antarëve të parë të tij është $\frac{5}{16}$. Antari i parë i këtij progresioni është:

A. 2

B. -2

C. $-\frac{1}{2}$

Ç. $\frac{1}{2}$

1 pikë

24

Është dhënë funksioni linear $f(x) = 7 - (k^2 - 1)x$, kurse k është parametër real.

A. Për çfarë vlere të parametrut k grafiku i funksionit është drejtëz paralele me x -boshtin?

Përgjigje: _____.

B. Për çfarë vlere të parametrut k funksioni është monotono rritëse?

Përgjigje: _____.

2 pikë

1	2
---	---

25

A. Baza e trekëndëshit barakrahas me perimetër 71 dhe krah 23 është e barabartë me _____.

B. Rrezja e vijës rrethore e jashtashkruar rreth trekëndëshit kënddrejtë, me kënd të ngushtë prej 30° dhe katetë përballë atij këndi me gjatësi 8, është e barabartë me _____.

2 pikë

1	2
---	---

26

A. Formula për njehsimin e gjatësisë l të harkut rrethor, që i përgjigjet këndit qendror α , e shprehur në shkallë, të vijës rrethore me rreze r është _____.

B. Këndi qendror α , e shprehur në shkallë, te vija rrethore me rreze 3cm, që i përgjigjet prerjes rrethore syprina e së cilës është $2\pi\text{m}^2$, është e barabartë me _____.

2 pikë

1	2
---	---

27 Kuadri ka gjatësi të diagonalës hapsinore të barabartë me 6dm. Dy tehet e tij që kanë kulm të përbashkët janë me gjatësi 2dm dhe 4dm.

2 pikë

1	2
---	---

A. Gjatësia e tehut të tretë të kuadrit është _____ dm.

B. Vëllimi i kuadrit është _____ dm³.

28 Gjatësia e gjeneratrisës të konit barabrinjës është 16cm.

2 pikë

1	2
---	---

A. Lartësia e konit është e barabartë me _____ cm.

B. Syprina e konit është e barabartë me _____ cm².

29 Janë dhënë pikat $A(3,-7)$ dhe $B(-2,5)$.

2 pikë

1	2
---	---

A. Koordinatat e pikës C që e përgjysmon segmentin AB janë _____.

B. Gjatësia e segmentit AB është e barabartë me _____ njësi matëse.

30 Shuma e vargut prej 30 numrave të plotë të njëpasnjëshëm është 315.

2 pikë

1	2
---	---

A. Cili është numri i parë i vargut?

Përgjigje: _____.

B. Sa numra negativ ka në vargut?

Përgjigje: _____.

31 Të kryhen operacionet e shënuara dhe të thjeshtohet shprehja:

$$\left(\frac{a}{a^2-4} - \frac{8}{a^2+2a} \right) \cdot \frac{a^2-2a}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$$

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

32**4 pikë**

A. Të zgjidhet sistemi i jobarazimeve
$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 7 \\ 3(2-x) < 2(x+5) \end{cases}$$

1	2
---	---

B. Të caktohet bashkësia C prej të gjitha numrave natyror që janë zgjidhje e sistemit.

Zgjidhje:

33

Segmenti me gjatësi 128 njësi matëse është ndarë në katër pjesë. Gjatësia e pjesës së parë është në raport 2:3 me gjatësinë e pjesës së dytë. Gjatësia e pjesës së dytë është në raport 3:5 me gjatësinë e pjesës së tretë, kurse gjatësia e pjesës së tretë është në raport 5:6 me gjatësinë e pjesës së katërt.

Cakto gjatësinë e pjesës së tretë.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

34

Është dhënë barazimi katror $(m-2)x - m = 8(x-1)(x+1)$, ku m është parametër real.

5 pikë

1	2
---	---

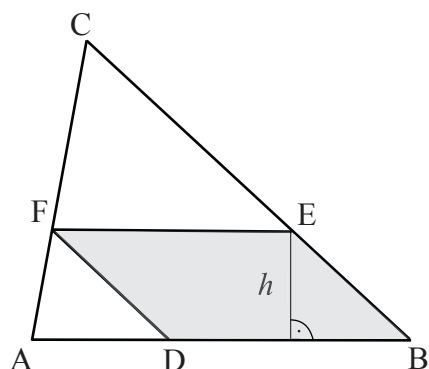
- A.** Për çfarë vlera të parametrin m , zgjidhjet e barazimit janë numra të barabartë?
- B.** Për çfarë vlera të parametrin m , zgjidhjet e barazimit janë numra të kundërt?
- C.** Për çfarë vlera të parametrin m , zgjidhja x_1 është e barabartë me vlerën reciproke të zgjidhjes x_2 ?

Zgjidhje:

35 Te trekëndëshi ABC është brendashkruar paralelogram $DBEF$, siç është treguar në vizatim. Caktoni lartësinë e trekëndëshit ABC e lëshuar mbi brinjën AB , nëse lartësia e paralelogramit është 12, $\overline{AB} = 18$ dhe $\overline{DB} = 16$.

3 pikë

1	2
---	---



Zgjidhje:

36 Lartësia e një prizmi të drejtë është dy herë më e madhe nga brinja e bazës, që paraqet romb me brinjë 5cm dhe një diagonale të barabartë me 8cm.

Njehso syprinën e prizmit.

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

37 Baza e një piramide është trapez barakrahas me bazë të madhe $a=63\text{cm}$, krah $c=25\text{cm}$ dhe diagonalja $d=52\text{cm}$. Lartësia e piramidës është 30cm .

Njehso vëllimin e piramidës.

Zgjidhje:

5 pikë

1	2
---	---

38

A. Për çfarë vlere të parametrin p drejtëza $(p+2)x - y - 2p + 3 = 0$ e pret drejtëzën $6x + 3y - 15 = 0$ në pikën $(-1, 7)$?

B. Për çfarë vlere të parametrin p drejtëzat e dhëna janë paralele?

C. Nëse $p=2$, caktoni koordinatat e pikëprerjes së drejtëzave të dhëna.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

39 Të shkruhet në formën e përgjithshme barazimi i lartësisë h_c të trekëndëshit ABC, kulmet e të cilit janë pikat: A(4,6), B(-4,0) dhe C(-1,-4).

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

40

Tre numra janë antarë të njëpasnjëshëm të progresionit aritmetik rritës. Shuma e tyre është e barabartë me 9. Nëse numri i parë zmadhohet për 4, kurse dy numrat tjerë nuk ndryshojnë, fitohen tre antarë të njëpasnjëshëm të progresionit gjeometrik.

Gjeni numrat e progresionit gjeometrik.

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

FAQE E ZBRAZËT

FAQE E ZBRAZËT

MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Gusht, 2022

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në listën e përgjigjeve.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e pallexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

FAQE E ZBRAZËT

1 Prerja e bashkësisë së numrave natyror dhe intervali (1,3) është bashkësia:

1 pikë

- A. $\{1,2\}$
- B. $\{1,2,3\}$
- C. $\{2\}$
- Ç. $\{1,3\}$

2 Vlera e shprehjes $\frac{10}{16} + \frac{3}{2} \left(\frac{17}{4} : 17 \right) + 3,75 \cdot \frac{4}{5}$ është:

1 pikë

- A. 8
- B. 4
- C. $\frac{1}{4}$
- Ç. 3

3 Vlera e shprehjes $\frac{(-1)^5 \cdot (-2)^{-3}}{2^{-4} \cdot (-3)^2}$ është:

1 pikë

- A. 18
- B. -18
- C. 9
- Ç. $-\frac{2}{9}$

4 Shprehja $(2x - 3y)^3$ është e barabartë me:

1 pikë

- A. $8x^3 - 27y^3$
- B. $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$
- C. $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$
- Ç. $8x^3 - 24x^2y + 36xy^2 - 27y^3$

5 Barazimi $(2p-5)x+3=0$ ska zgjidhje, nëse:

- A. $p=2,5$
- B. $p=-2,5$
- C. $p=0$
- Ç. $p=2$

1 pikë

6 Shuma e zgjidhjeve të barazimit katror $x^2-2x-5=0$ është:

- A. -5
- B. -2
- C. 5
- Ç. 2

1 pikë

7 Ndryshimi i dy numrave natyror është 5, kurse ndryshimi i katrorëve të tyre është 50. Shuma e atyre dy numrave natyror është:

- A. 15
- B. -15
- C. 10
- Ç. -10

1 pikë

8 Bashkësia e definimit të funksionit $f(x) = \frac{1}{3x-2}$ është:

- A. \mathbb{R}
- B. $\left\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \neq \frac{3}{2}\right\}$
- C. $\left\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 0\right\}$
- Ç. $\left\{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \neq \frac{2}{3}\right\}$

1 pikë

9 Këndi α që është tri herë më i vogël nga këndi i tij suplementar është i barabartë me:

1 pikë

- A. 60°
- B. 45°
- C. 40°
- Ç. 30°

10 Nëse pika M është mesi i brinjës AD të paralelogramit $ABCD$, atëherë vektori \overrightarrow{MC} është i barabartë me:

1 pikë

- A. $\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
- B. $\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- C. $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- Ç. $\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

11 Romb me gjatësi të brinjës 12cm dhe largesë nga pikëprerje e diagonaleve deri te brinja prej 5cm, ka syprinë të barabartë me:

1 pikë

- A. 144cm^2
- B. 140cm^2
- C. 120cm^2
- Ç. 100cm^2

12 Trapez barakrahas, bazat e të cilit janë 12 dhe 6, kurse krahu është 5, ka lartësi të barabartë me:

1 pikë

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- Ç. 2,5

<p>13 Vëllimi i konit të drejtë rrethor me rreze 9cm dhe lartësi 2cm është:</p> <p>A. $54\pi \text{ cm}^3$</p> <p>B. $54\pi \text{ cm}^2$</p> <p>C. $162\pi \text{ cm}^3$</p> <p>Ç. $162\pi \text{ cm}^2$</p>	<p>1 pikë</p>
<p>14 Cilindër i drejtë rrethor me lartësi 8 dhe perimetër të bazës 20π ka syprinë:</p> <p>A. 360</p> <p>B. 260</p> <p>C. 360π</p> <p>Ç. 260π</p>	<p>1 pikë</p>
<p>15 Nëse tehu i bazës të prizmit të drejtë trebrinjësh zmadhohet 4 herë, kurse lartësia zvoglohet 2 herë, atëherë vëllimi i prizmit:</p> <p>A. do të zvoglohet 8 herë</p> <p>B. do të zmadhohet 2 herë</p> <p>C. do të zmadhohet 4 herë</p> <p>Ç. do të zmadhohet 8 herë</p>	<p>1 pikë</p>
<p>16 Në cilin kuadrant shtrihet pika $A(-2,-2)$?</p> <p>A. Në kuadrantin e parë</p> <p>B. Në kuadrantin e dytë</p> <p>C. Në kuadrantin e tretë</p> <p>Ç. Në kuadrantin e katërt</p>	<p>1 pikë</p>
<p>17 Cila nga drejtëzat e dhëna kalon nëpër pikën $A(1,4)$ dhe ka koeficient të drejtimit $k=-2$?</p> <p>A. $2x+y=6$</p> <p>B. $2x+y=9$</p> <p>C. $2x-y=7$</p> <p>Ç. $2x-y=-2$</p>	<p>1 pikë</p>

18 Drejtëza $y=kx+2$ është normale me drejtëzën $3y+2x=1$, nëse:

1 pikë

A. $k = -\frac{2}{3}$

B. $k = -\frac{3}{2}$

C. $k = \frac{1}{2}$

Ç. $k = \frac{3}{2}$

19 Caktoni cili nga vargjet e dhëna prej numrave real është progresion aritmetik:

1 pikë

A. $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \dots$

B. $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots$

C. $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \dots$

Ç. $\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{9}{2}, \dots$

20 Shuma e pesë antarëve të parë të progresionit gjeometrik me antarë të parë 81 dhe herës $\frac{2}{3}$ është:

1 pikë

A. $\frac{211}{81}$

B. $\frac{275}{81}$

C. 211

Ç. 275

21 Zbërthe në shumëzues të thjeshtë polinomin $8x^3y - 8x^2y^2 + 2xy^3$.

2 pikë

Përgjigje: _____.

1	2
---	---

22 Janë dhënë funksionet $f(x) = (3m - 5)x - 4 + m$ dhe $g(x) = (3 - m)x + m - 1$.

2 pikë

A. Për çfarë vlere të parametrin m grafikët e funksioneve janë drejtëza paralele?

Përgjigje: _____.

1	2
---	---

B. Për çfarë vlere të parametrin m grafiku i funksionit $f(x)$ kalon nëpër qendrën koordinative?

Përgjigje: _____.

23 A. Zgjidhja e jobarazimit $\frac{1}{3x+2} > \frac{1}{2x-3}$ është _____.

2 pikë

B. Për çfarë vlere të x , vlere e shprehjes $3x - 8$ është ndërmjet 1 dhe 7?

Përgjigje: _____.

1	2
---	---

24**2 pikë**

A. Mesi aritmetik i numrave a dhe b është e barabartë me _____.

1	2
---	---

B. Mesi aritmetik i numrave a dhe b është për dy më e madhe nga prodhimi i tyre.

Nëse $a=4$, atëherë $b=$ _____.

25**2 pikë**

Brinjët e një trekëndëshi janë 8, 15 dhe 17.

A. Syprina e trekëndëshit është _____.

1	2
---	---

B. Gjatësia e lartësisë më të madhe të këtij trekëndëshi është _____.

26**2 pikë**

A. Shumëkëndëshi i rregullt te i cili mund të tërhiqen 14 diagonale

ka _____ brinjë.

1	2
---	---

B. Njëri kënd i trekëndëshit është për 15° më e madhe nga këndi i dytë, kurse për 15° më i vogël nga këndi i tretë i trekëndëshit. Këndi më i vogël në atë trekëndësh është i barabartë me _____.

27**2 pikë**

A. Vëllimi i kubit me syprinë prej 726cm^2 është _____ cm^3 .

1	2
---	---

B. Syprina e prerjes diagonale të kubit është _____ cm^2 .

28**2 pikë**

A. Syprina e sferës me rreze 3cm është e barabartë me _____ cm^2 .

1	2
---	---

B. Vëllimi i topit me rreze 3cm është e barabartë me _____ cm^3 .

29

A. Forma segmentale e barazimit të drejtëzës q , e cila i pret boshtet

koordinative në pikat $A(3,0)$ dhe $B(0,-2)$, është _____.

2 pikë

1	2
---	---

B. Pikëprerja e drejtëzave $x + y - 3 = 0$ dhe $2x + 3y - 8 = 0$ ka koordinata

_____.

30

Janë dhënë numrat 20, 50 dhe 100.

A. Nëse dy numrave të parë u shtohet numër i njëjtë, kurse numri i tretë nuk ndryshon, fitohen tre antarë të njëpasnjëshëm të progresionit aritmetik.

Numri që duhet të shtohet është _____.

B. Nëse çdonjërit nga tre numrat e dhënë u shtohet numër i njëjtë, fitohen tre antarë të njëpasnjëshëm të progresionit gjeometrik. Numri që duhet shtuar

është _____.

2 pikë

1	2
---	---

31 Të kryhen operacionet e shënuara dhe thjeshto shprehjen:

$$\left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{a^3+1}{a^2-2a+1} : \frac{a^2-a+1}{1-a} \right) \cdot (1+a) + \frac{3a+1}{a-1}.$$

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

32 Të caktohet numri i plotë më i madh që është zgjidhje e jobarazimit

$$\frac{x-2}{7} - x < 3 - \frac{6x+7}{2}.$$

3 pikë

<input type="text"/>	<input type="text"/>
1	2

Zgjidhje:

33

Rapoti i një numri dyshifror dhe numrit të shënuar me shifra të njëjta, por me rradhitje të anasjelltë, është e barabartë me 3:8. Nëse numrin më të madh prej tyre e zvoglojmë për numrin më të vogël, fitohet 45. Cilët janë ato numra?

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

34

Është dhënë barazimi $(k-2)x^2 - (k+1)x + k+1 = 0$, ku k është parametër reale.

5 pikë

1	2
---	---

- A. Për çfarë vlera të parametrin k , barazimi është lineare?
- B. Për çfarë vlera të parametrin k , barazimi katror ka zgjidhje reale?
- C. Për çfarë vlera të parametrin k , rrënjët e barazimit katror e plotësojnë

kushtin $x_1 = -\frac{1}{x_2}$?

Zgjidhje:

35 Në rreth me syprinë 256π , janë brendashkruar katror dhe gjashtëkëndësh i rregullt. Njehsoni syprinat e katrorit dhe gjashtëkëndëshit.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

36

Piramidë e rregullt katërkëndore me tërësi të bazës 5dm ka vëllim 50dm^3 . Njehso syprinën e piramidës.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

37 Brinjët e një drejtkëndëshi ABCD ndryshojnë për 4. Syprina e cilindrit, që fitohet me rotullimin e drejtkëndëshit rreth brinjës më të gjatë AB, është e barabartë me 192π .

4 pikë

- A. Bëje skicën e cilindrit të fituar dhe shënoi elementet që do ti shfrytëzosh në zgjidhjen e detyrës.
- B. Caktoji gjatësitë e brinjëve të drejtkëndëshit ABCD.
- C. Njihso vëllimin e cilindrit të fituar.

1	2
---	---

Zgjidhje:

38

Largesa mes pikave $M(-2,-5)$ dhe N është e barabartë me 2. Caktoni koordinatat e pikës N , nëse dihet se ajo shtrihet në drejtëzën $3x-y-1=0$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

39 Kulmet e trekëndëshit ABC janë pikat: $A(-1,-3)$, $B(3,3)$ dhe $C(7,5)$. Të shkruhet në formën e përgjithshme barazimi i vijës së rëndimit e tërhequr nga kulmi A të trekëndëshit. Caktoni koordinatat e vijës së rëndimit T të trekëndëshit të dhënë.

4 pikë

1	2
---	---

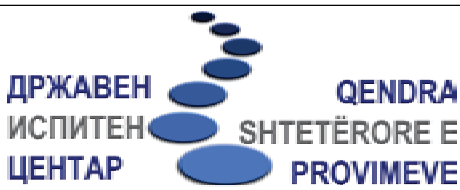
Zgjidhje:

40 Është dhënë progresioni aritmetik me antarë të dytë të barabartë me 2. Shuma e antarit të pestë dhe të gjashtë të progresionit është e barabartë me 25. Cakto shumën e njëzet antarëve të parë me indeks çift të progresionit.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:



MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Qershor, 2023

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në **listën e përgjigjeve**.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e palexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

FORMULA MATEMATIKORE

Lëmi 1 Logjikë matematikore dhe bashkësitë

Operacione logjike:

- $\neg p$ (negacioni i pohimit p),
- $p \wedge q$ (konjunkcioni i pohimeve p dhe q),
- $p \vee q$ (disjunkcioni i pohimeve p dhe q),
- $p \Rightarrow q$ (implikacioni i pohimeve p dhe q),
- $p \Leftrightarrow q$ (ekuivalenca e pohimeve p dhe q),
- $p \underline{\vee} q$ (disjunkcioni ekskluziv i pohimeve p dhe q)

Operacione me bashkësi:

- $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- $A \Delta B = \{x \mid x \in A \setminus B \vee x \in B \setminus A\}$
- $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$

Lëmi 2 Numrat real dhe kompleks

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$$z = a + bi, a, b \in \mathbf{R}, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$i = \frac{S \cdot p}{100}$$

Lëmi 3 Algjebër

$$a \neq 0, a^b \cdot a^c = a^{b+c}, a^b : a^c = a^{b-c}, (a^b)^c = a^{b \cdot c}, (a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c, \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}, b \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0, x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Lëmi 4 Gjeometri

$$L = n \cdot a$$

$$L = 2r\pi$$

$$P = a \cdot h_a$$

$$P = a \cdot b$$

$$P = a^2$$

$$P = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$P = r^2 \pi$$

$$P = \frac{r^2 \pi \alpha}{360^\circ}$$

$$P = 2B + M$$

$$P = B + M$$

$$P = B_1 + B_2 + M$$

$$P = 4r^2 \pi$$

$$V = B \cdot H$$

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{4r^3 \pi}{3}$$

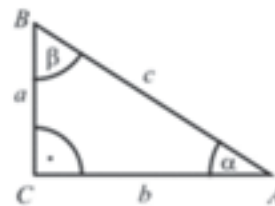
Lëmi 5 Trigonometri

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



1 Cili nga pohimet vijues është i saktë (i vërtetë)?

1 pikë

A. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

B. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge q$

C. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Ç. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge q$

2 Cili nga numrat vijues është pjesë imagjinare e numrit kompleks $z = 5i - 3$?

1 pikë

A. -3

B. 5

C. $-3i$

Ç. $5i$

3 Bashkësia e zgjidhjeve të barazimit $|3x+1| = -3x-1$ është:

1 pikë

A. $x \in \mathbf{R}$

B. $x \in \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

C. $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$

Ç. $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$

7 Cila është vlera e parametrit k , nëse $(x-2)$ është një shumëzues i thjeshtë i polinomit $p(x) = x^2 - kx - 2$?

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- Ç. 2

1 pikë

8 Nëse (x, y) është zgjidhje e $\begin{cases} 5x + 3y = 11 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$, atëherë $x + y =$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- Ç. 4

1 pikë

9 Me cilën nga shprehjet vijuese mund të paraqitet g , nëse $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = m$?

- A. $\frac{1}{f} + \frac{1}{g} = m$
- B. $g = \frac{fm-1}{f}$
- C. $g = \frac{f}{fm+1}$
- Ç. $g = \frac{f}{fm-1}$

1 pikë

10 Diagonalja e një katrori është 10cm. Sa është syprina e katrorit?

1 pikë

- A. 25cm^2
- B. 50cm^2
- C. 100cm^2
- Ç. 200cm^2

11 Në një vijë rrethore të dhënë, shuma e një këndi qendror α dhe këndit të tij përkatës periferik është 150° . Sa është këndi qendror α ?

1 pikë

- A. 50°
- B. 75°
- C. 100°
- Ç. 150°

12 Janë dhënë vektorët $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$ dhe $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$. Cili nga vektorët vijues formon trekëndësh me vektorët \vec{a} dhe \vec{b} ?

1 pikë

- A. $\vec{c} = -3\vec{p} + \vec{q}$
- B. $\vec{c} = -3\vec{p} - \vec{q}$
- C. $\vec{c} = 3\vec{p} + \vec{q}$
- Ç. $\vec{c} = 3\vec{p} - \vec{q}$

13 Syprina e deltoidit me diagonale 2dm dhe 30cm është:

1 pikë

- A. 30dm^2
- B. 300dm^2
- C. 300cm^2
- Ç. 600cm^2

14 Cilindri dhe koni kanë rreze të njëjtë të bazës, kurse lartësitë i kanë në raportin 1:2. Sa është raporti i vëllimeve të cilindrit dhe konit?

1 pikë

- A. 1:2
- B. 2:1
- C. 2:3
- Ç. 3:2

15 Sa radianë ka këndi prej 135° ?

1 pikë

- A. $\frac{2\pi}{3}$
- B. $\frac{3\pi}{4}$
- C. $\frac{5\pi}{6}$
- Ç. $\frac{3\pi}{2}$

16

A. Nëse $A = \{x | x \in \mathbf{N} \wedge x | 8\}$ dhe $B = \{x | x \in \mathbf{N} \wedge 3 < x \leq 8\}$, atëherë

$$B \setminus A = \underline{\hspace{2cm}}.$$

B. $\left(\frac{-17}{5}, \frac{17}{5}\right) \cap \mathbf{N} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2 pikë

1	2
---	---

17

Janë dhënë polinomet: $P(x) = x^3 - x^2$, $Q(x) = x^3(x^2 - 1)$ dhe $R(x) = x^4(x^2 - 2x + 1)$.

A. PMP $(P(x), Q(x), R(x)) = \underline{\hspace{2cm}}.$

B. SHVP $(P(x), Q(x), R(x)) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2 pikë

1	2
---	---

18

A. Për cilat vlera të parametrin real k , barazimi $(k^2 + k)x = k^2 - 2k - 3$ ka pafund shumë zgjidhje?

B. Për cilat vlera të parametrin real k barazimi $x^2 - 2x + k - 3 = 0$ ka një zgjidhje të dyfishtë?

2 pikë

1	2
---	---

19

A. Nëse trekëndëshi karakteristik është barabrinjës, atëherë shumëkëndëshi i rregullt është _____.

2 pikë

1	2
---	---

B. Perimetri i një trekëndëshi barabrinjës është 6cm. Syprina e tij është e barabartë me _____ cm².

20

A. Raporti mes syprinës së bazës dhe syprinës së prerjes boshtore të një koni të drejtë rrethor është i barabartë me π . Këndi që gjeneratrisa e konit e përfshin me rrafshin e bazës është i barabartë me _____ °.

2 pikë

1	2
---	---

B. Vlera numerike e shprehjes $\cos^2 \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ është e barabartë me _____.

21

Në anketën e realizuar në një mostër prej 400 nxënësish të shkollave të mesme, 100 kanë deklaruar se po pinë lëng molle, 150 kanë deklaruar se pinë lëng vishnjash, ndërsa 75 kanë deklaruar se pinë edhe lëng molle edhe lëng vishnjash.

Përcakto numrin e nxënësve të shkollave të mesme të cilët nuk pinë as lëng molle dhe as lëng vishnjash.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

23

Thjeshtojë shprehjen $\left(\frac{1-2x}{3+6x} + 2x - 1\right) : \frac{1-2x}{1+2x} - \frac{6x^2-2x}{3x}$, nëse $x \neq -\frac{1}{2}$ dhe $x \neq 0$.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

24

Zgjidhe jobarazimin: $\frac{3x-5}{x+1} \geq 1, x \neq -1.$

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

25

Caktoje vlerën e parametrin m në barazimin $x^2 - x + m - 1 = 0$, nëse për zgjidhjet e tij vlen $x_1^3 + x_2^3 = 7$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

26**5 pikë**

Është dhënë funksioni $f(x) = ax^2 + bx + c$. Për cilat vlera të koeficientëve a , b dhe c do të plotësohen këto kushte:

- grafiku i funksionit e pret boshtin y – në pikën $(0,3)$,
- funksioni ka vlerë ekstreme për $x=2$ dhe
- $f(-1)=8$.

Skicoje grafikun e funksionit për vlerat e fituara të koeficientëve a , b dhe c .

1	2
---	---

Zgjidhje:

27

Brinjët e një trekëndëshi janë: 50, 58 dhe 72.

A. Përlllogarite lartësinë më të vogël të trekëndëshit.

B. Përlllogarite rrezën e vijës rrethore të brendashkruar në këtë trekëndësh.

Zgjidhje:

4 pikë

1	2
---	---

28 Tehu i bazës i piramidës së rregullt katër këndore ka gjatësinë 8. Faqja anësore me rrafshin e bazës zë këndin prej 60° . Përllogarite syprinën e piramidës.

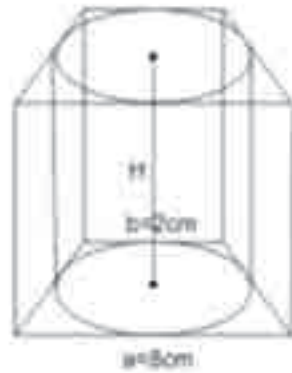
4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

- 29 Në një prizëm të drejtë, me bazë trapezi barakrahës dhe lartësi $H=5\text{cm}$, është brendashkruar një cilindër. Bazat e trapezitet janë $a=8\text{cm}$ dhe $b=2\text{cm}$, ndërsa krahu i tij ka gjatësi të barabartë me lartësinë e cilindrit. Përcaktoje raportin e vëllimit të prizmit dhe të vëllimit të cilindrit.

1	2
---	---



Zgjidhje:

30

Thjeshtojë shprehjen $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$, në qoftë se $\cos \alpha \neq \pm 1$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

FAQE E ZBRAZËT

ДРЖАВЕН
ИСПИТЕН
ЦЕНТАРQENDRA
SHTETËRORE E
PROVIMEVE

MATEMATIKË

NGJITE KËTU

MATURA SHTETËRORE

MATEMATIKË

Koha për zgjidhje: 180 minuta

Gusht, 2023

Shifra e vlerësuesit TË PARË

Shkruaj
këtu:

Shifra e vlerësuesit TË DYTË

NGJITE KËTU

UDHËZIM PËR KANDIDATIN

Me kujdes lexo udhëzimin! Mos anashkalo asgjë!

Ngjite një shifër në vendin e caktuar në test („Shifra e kandidatit“), kurse shifrën tjetër në vendin e caktuar në listën e përgjigjeve.

Mos i shfleto faqet dhe mos fillo me zgjidhjen e detyrave pa të dhënë leje mbikëqyrësi (testatori). Testi përmban detyra.

Në detyra duhet të përgjigjesh në një nga mënyrat vijuese:

- duke rrethuar germën para përgjigjes së saktë;
- duke shkruar një përgjigje të shkurtër në vendin gjegjës;
- duke zgjidhur tërësisht detyrën në vendin gjegjës.

Për të punuar në këtë test të duhen: stilograf, laps, gomë, kompas, vizore dhe trekëndësh.

Nuk lejohet përdorimi i kalkulatorit.

Shkruaj lexueshëm. Përgjigjet e pallexueshme, korrigjimet e paqarta dhe rrethimi i më shumë se një përgjigjeje nga të ofruarat vlerësohen me zero (0) pikë.

Në test shkruaj vetëm me stilolaps që shkruan kaltër ose zi. Në qoftë se gabon, shlyeje të shkruarën.

Përgjigjet e shkruara me laps vlerësohen me zero (0) pikë. Vetëm grafikët dhe vizatimet mund t'i realizosh me laps dhe mjetet e tjera, sipas nevojës.

Pranë secilës detyrë është dhënë numri i pikëve për përgjigjen e saktë.

Përgjigjet në detyrat me të rrethuar transferoi në listën e përgjigjeve, sipas Udhëzimit për plotësim të dhënë në të.

Të dëshirojmë shumë sukses!

QENDRA SHTETËRORE E PROVIMEVE

FORMULA MATEMATIKORE

Lëmi 1 Logjikë matematikore dhe bashkësitë

Operacione logjike:

$\neg p$ (negacioni i pohimit p),

$p \wedge q$ (konjunkcioni i pohimeve p dhe q),

$p \vee q$ (disjunkcioni i pohimeve p dhe q),

$p \Rightarrow q$ (implikacioni i pohimeve p dhe q),

$p \Leftrightarrow q$ (ekuivalenca e pohimeve p dhe q),

$p \underline{\vee} q$ (disjunkcioni ekskluziv i pohimeve p dhe q)

Operacione me bashkësi:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$A \Delta B = \{x \mid x \in A \setminus B \vee x \in B \setminus A\}$$

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

Lëmi 2 Numrat real dhe kompleks

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$$z = a + bi, a, b \in \mathbf{R}, |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$i = \frac{S \cdot p}{100}$$

Lëmi 3 Algjebër

$$a \neq 0, a^b \cdot a^c = a^{b+c}, a^b : a^c = a^{b-c}, (a^b)^c = a^{b \cdot c}, (a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c, \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}, b \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0, x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Lëmi 4 Gjeometri

$$P = n \cdot a$$

$$P = 2r\pi$$

$$S = a \cdot h_a$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = a^2$$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$S = r^2 \pi$$

$$S = \frac{r^2 \pi \alpha}{360^\circ}$$

$$S = 2B + M$$

$$S = B + M$$

$$S = B_1 + B_2 + M$$

$$S = 4r^2 \pi$$

$$V = B \cdot H$$

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

$$V = \frac{4r^3 \pi}{3}$$

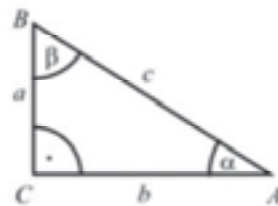
Lëmi 5 Trigonometri

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



1 Është dhënë bashkësia $M = \{a, b, c\}$. I saktë është pohimi:

1 pikë

- A. $\{a\} \in M$
- B. $\{c, b, a\} \subseteq M$
- C. $\emptyset \in M$
- Ç. $\{a, b, c\} \in M$

2 Sa numra natyror ka në intervalin $[-1, 5)$?

1 pikë

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- Ç. 7

3 Në qoftë se a është numri më i vogël treshifror i cili gjatë pjesëtimit me 7 ka herësin 5. Në qoftë se b është numri më i madh treshifror i cili gjatë pjesëtimit me 7 ka herësin 5. Sa është $a+b$?

1 pikë

- A. 1012
- B. 1102
- C. 1120
- Ç. 1210

4 Shprehja $2^8 m^3 n^6 p : (2mn^{-2}p)$ është e barabartë me:

1 pikë

- A. $2^7 m^2 n^8$
- B. $2^7 m^2 n^4$
- C. $2^7 m^2 n^3$
- Ç. $2^4 m^3 n^{-3}$

5 Polinomi $-x^2 + 2x - 1$ është ekuivalent me:

1 pikë

- A. $(-x-1)^2$
- B. $-(x-1)^2$
- C. $-(x+1)^2$
- Ç. $(-x+1)^2$

6 Sistemi i barazimeve $\begin{cases} 2x+5y=7 \\ kx+10y=14 \end{cases}$ ka pafund shumë zgjidhje për:

1 pikë

- A. $k \neq 2$
- B. $k = 2$
- C. $k \neq 4$
- Ç. $k = 4$

7

Cili nga barazimet e dhënë ka një zgjidhje $x_1 = 2 + i$?

A. $x^2 - 4x + 3 = 0$

B. $x^2 + 4x + 3 = 0$

C. $x^2 - 4x + 5 = 0$

Ç. $x^2 + 4x + 5 = 0$

1 pikë

8

Në qoftë se $x - y = 3$ dhe $x^2 + y^2 = 5$, atëherë $xy =$

A. -2

B. -5

C. 15

Ç. 25

1 pikë

9

Me cilën shprehje mund të paraqitet b , në qoftë se $c = \frac{a+b}{a-b}$?

A. $b = \frac{a(c+1)}{c-1}$

B. $b = \frac{a(c-1)}{c+1}$

C. $b = \frac{c+1}{a(c-1)}$

Ç. $b = \frac{c-1}{a(c+1)}$

1 pikë

10 Vëllimi i një kubi (zari) është 27m^3 . Sa është syprina e tij?

1 pikë

- A. 9m^3
- B. 18m^3
- C. 27m^3
- Ç. 54m^3

11 Në qoftë se syprina e rrethit të madh të sferës është 16π , atëherë syprina e sferës është:

1 pikë

- A. $P=4\pi$
- B. $P=64\pi$
- C. $P=128\pi$
- Ç. $P=256\pi$

12 Në një romb me perimetër 20cm dhe syprinë prej 20cm^2 është brendashkruar një vijë rrethore. Rrezja e vijës rrethore është:

1 pikë

- A. 4cm
- B. 8cm
- C. 20cm
- Ç. 40cm

13 Këndet e brendshëm në një trekëndësh po sillen si 2:4:3.
Sa shkallë ka këndi më i vogël në trekëndësh?

1 pikë

- A. 30°
- B. 40°
- C. 90°
- Ç. 120°

14 Për sa për qind do të rritet vëllimi i cilindrit në qoftë se rrezja rritet për 20 % ?

1 pikë

- A. 40 %
- B. 44 %
- C. 50 %
- Ç. 400 %

15 Në qoftë se $\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{ctg} 70^\circ$, dhe $0 < \alpha < 45^\circ$, atëherë madhësia e këndit α është:

1 pikë

- A. 10°
- B. 20°
- C. 30°
- Ç. 40°

16**2 pikë**

A. Përcakto të gjithë numrat real a për të cilët vlen $|a-2| < 3$.

1	2

Përgjigje: $a \in$ _____.

B. Në qoftë se $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ dhe $S = \{x | x \in \mathbf{N}, x \leq 5\}$. Përcaktoje $(M \cap S) \times (S \setminus M)$.

Përgjigje: $(M \cap S) \times (S \setminus M) =$ _____.

17**2 pikë**

A. Fusha e definimit e thyesës algebrike $\frac{2x+1}{(x-1)(x+3)}$ është

1	2

_____.

B. Funkzioni $f(x) = (m-1)x + 3 - m$ është rritës për $m \in$ _____.

18**2 pikë**

A. Është dhënë barazimi $5x^2 + mx + n = 0$. Përcakto vlerat e parametrave m dhe n , në qoftë se dihet se $x_1 + x_2 = -2$ dhe $x_1 - x_2 = 6$, gjatë së cilës x_1 dhe x_2 janë zgjidhjet e barazimit.

1	2

Përgjigje: $m =$ _____.

$n =$ _____.

19

Në qoftë se $ABCDEF$ është gjashtëkëndësh i rregullt dhe S është prerja e diagonaleve të tij.

A. Paraqite vektorin \overrightarrow{BS} me ndihmën e vektorëve $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ dhe $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

Përgjigje: $\overrightarrow{BS} =$ _____.

B. Sa është syprina e gjashtëkëndëshit të dhënë, në qoftë se brinja e tij $a=10\text{cm}$?

Përgjigje: $S=$ _____ cm^2

2 pikë

1	2
---	---

20

A. Trapezi drejtkëndor me baza 19cm dhe 11cm dhe një brinjë më të madh 17cm rrotullohet rreth brinjës më të vogël. Sa është syprina e prerjes boshtore të trupit të fituar rrotullues?

Përgjigje: _____ cm^2

B. Përlllogarite vlerën e shprehjes $A = \frac{\sin^{\alpha} - 3\text{tg}(\alpha - 15^{\circ})}{\sin^2 \alpha}$, në qoftë se $\alpha = 60^{\circ}$.

Përgjigje: $A=$ _____

2 pikë

1	2
---	---

Janë dhënë pohimet $p: \frac{2}{3} + 2: \frac{6}{5} = 2\frac{1}{3}$ dhe q : numri zero nuk është numër i plotë.

1	2
---	---

A. Përcaktoje vlerën e vërtetësisë së pohimeve p dhe q .

B. Përcaktoje vlerën e vërtetësisë së formulës pohuese
pohuese $F = (q \wedge \neg p) \Leftrightarrow q$.

Zgjidhje:

22

Në qoftë se $z_1 = 2 - i$ dhe $z_2 = 1 + i$.

Përcaktoje modulin e numrit kompleks $\frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i}$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

23**4 pikë**

Thjeshtojë shprehjen $\frac{9a}{(3-a)^2} - 1 : \left(\frac{a}{a-3} + \frac{12a^2-9a}{27-a^3} + \frac{9}{a^2+3a+9} \right)$, në qoftë se $x \neq 3$.

1	2
---	---

Zgjidhje:

24**4 pikë**

Zgjidhe jobarazimin $\frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) < 3$.

Cili është numri i plotë më i madh që kënaq jobarazimin?

<input type="text"/>	<input type="text"/>
1	2

Zgjidhje:

25

Një person ka investuar një shumë deri në 12000 denarë në dy banka të ndryshme. Shkalla e kamatës vjetore në bankën e parë është 9%, kurse në bankën e dytë 11%. Nga sa para ka investuar personi në secilën bankë, në qoftë se për një vit ai ka fituar një kamatë prej 1180 denarësh?

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

26

Është dhënë funksioni linear $f(x) = (m^2 - 4)x - 3m$. Përcaktoje vlerën e parametrin m , ashtu që:

5 pikë

1	2
---	---

- A. numri një të jetë zero e funksionit.
- B. grafiku i funksionit të kalojë nëpër pikën $M(0,3)$.
- C. grafiku i funksionit të jetë paralel me grafikun e funksionit $g(x)=2$.
- Ç. skicoje grafikun e funksionit $f(x)$, për $m=-1$.

Zgjidhje:

27

Është dhënë një kon me rreze të bazës 6dm dhe lartësi 80cm.

A. Përllogarite syprinën e konit.

B. Përllogarite vëllimin e konit.

Zgjidhje:

3 pikë

1	2
---	---

28 Një prerje paralele e ndan lartësinë e piramidës në raport 3:2, llogaritur nga baza e piramidës. Syprina e prerjes paralele është për 21 më e vogël se syprina e bazës së piramidë.
Përlllogarite syprinën e bazës së piramidës.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

- 29** Është dhënë një trekëndësh barakrahës këndi i të cilit në bazë është 45° , kurse syprina e tij është 18cm^2 . Në trekëndësh është brendashkruar një katror, ashtu që një brinjë e tij qëndron në bazën e trekëndëshit. Përcaktoje syprinën e katrorit. Bën një skicë në të cilën do të shënosh të gjitha elementet e përdorura te përlllogaritjet.

4 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

30

Vërteto (dëshmo) identitetin: $\sin^3 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^3 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$.

3 pikë

1	2
---	---

Zgjidhje:

FAQE E ZBRAZËT

1. Вредноста на бројниот израз $\left[\left(2^{-1} : \left(\frac{1}{4} \right)^{-3} \cdot 8 \right) \right]^{0,25} \cdot \left(\frac{1}{16^{\frac{-3}{2}}} \right)^0$ е:

А. 4

Б. $\frac{1}{4}$

В. 2

Г. $\frac{1}{2}$

Решение: Г.

2. Полиномот $3x^3 - 5x^2 - 9xy + 15y$ разложен на множители е:

А. $x(3x-5)(x+3y)$

Б. $(3x-5)(x^2-3y)$

В. $y(9x-5x)(3x+5)$

Г. $(3x^3-5x^2)(-9xy+15y)$

Решение: Б.

3. Ако x_1 и x_2 се решенија на квадратната равенка $x^2 + 6x - 10 = 0$, тогаш вредноста на изразот $\frac{x_1 x_2}{2} - 3x_1 - 3x_2$ изнесува:

А. 13

Б. 23

В. 27

Г. -13

Решение: А.

4. Ако $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} \leq 1, x \neq 0$, тогаш:

А. $x \leq \frac{1}{4}$

Б. $x \geq \frac{1}{4}$

В. $x \leq \frac{3}{4}$

Г. $x \geq \frac{4}{3}$

Решение: Г.

5. Збирот од половината, третината и петтината на некој број е за 1 поголем од тој број. Кој е тој број?

- A. 15
- Б. 20
- В. 30
- Г. 60

Решение: В.

6. За која вредност на параметарот a системот равенки $\begin{cases} 4x - ay = 6 + a \\ ax - y = 2a \end{cases}$ нема

решение?

- A. $a = 2$
- Б. $a = -2$
- В. $a = 4$
- Г. $a = 3$

Решение: Б.

7. Ако дијагоналите на ромбот се a и $a\sqrt{3}$, тогаш плоштината на ромбот е:

- A. a^2
- Б. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
- В. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$
- Г. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Решение: Б.

8. Бројот на дијагонали те на еден многуаголник повлечени од едно теме е два пати помал од бројот на неговите страни. Колку страни има многуаголникот?

- A. 4
- Б. 5
- В. 6
- Г. 7

Решение: В.

9. Квадрат и рамностран триаголник имаат еднакви периметри. Ако плоштината на триаголникот е $9\sqrt{3}$, тогаш страната на квадратот е:

- A. 8
- Б. 3
- В. $\frac{5}{2}$
- Г. $\frac{9}{2}$

Решение: Г.

10. За колку ќе се зголеми волуменот на цилиндар, ако неговиот радиус се зголеми n -пати, а висината се зголеми m -пати.

А. $m \cdot n$ пати

Б. $m^2 n$ пати

В. $n^2 m$ пати

Г. $m^2 n^2$ пати

Решение: В.

11. Растојанието од точката $A(2, -4)$ до средишната точка на отсечката

$MN[M(3, -2), N(-5, 2)]$ изнесува:

А. 5

Б. $\sqrt{8}$

В. 25

Г. $\sqrt{17}$

Решение: А.

12. Правата $(a-1)x + (2a+1)y + a + 1 = 0$ е паралелна со x -оската, ако:

А. $a = -1$

Б. $a = -\frac{1}{2}$

В. $a = 0$

Г. $a = 1$

Решение: Г.

13. Точката M која лежи на ординатната оска е еднакво оддалечена од точката $A(9, -3)$ и координатниот почеток. Точката M има координати:

А. $M(-15, 0)$

Б. $M(-45, 0)$

В. $M(0, -15)$

Г. $M(0, 15)$

Решение: В.

14. Дадена е равенката на правата $px + (p-2)y - 6 = 0$. Ако правата од x -оската отсекува отсечка со должина двапати поголема од должината на отсечката на y -оската, тогаш вредноста на параметарот p е:

А. 2

Б. -2

В. 0

Г. 6

Решение: Б.

15. Во една кутија има 9 златни прстени и еден дијамантски прстен. Ако случајно извлечеме еден прстен од кутијата, која е веројатноста дека ќе го извлечеме дијамантскиот прстен?

- А. 10%
- Б. 15%
- В. 20%
- Г. 25%

Решение: А.

16. Доколку фрламе коцка 3 пати, веројатноста да се добијат три шестки е:

- А. $\frac{3}{6^3}$
- Б. $\frac{1}{6^2}$
- В. $\frac{3}{6^2}$
- Г. $\frac{1}{6^3}$

Решение: Г.

17. Ако означиме 10 картички со броевите кои се елементи на множеството $M = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 10\}$, тогаш веројатноста да се извлече една карта која ќе биде означена со бројното решение на равенката $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$ изнесува:

- А. 0,1
- Б. 0,2
- В. 0,3
- Г. 1

Решение: Б.

18. Петтиот член на геометричка прогресија со $a_2 = 2$ и $q = \frac{1}{3}$ изнесува:

- А. $\frac{2}{27}$
- Б. $\frac{8}{27}$
- В. $\frac{7}{81}$
- Г. $\frac{1}{9}$

Решение: А.

19. Одреди ја вредноста на k , така што $k+2, 4k-6, 3k-2$ се три последователни членови на аритметичка прогресија

- А. $k = 5$
- Б. $k = 7$
- В. $k = 9$
- Г. $k = 3$

Решение: Г.

20. Одреди го првиот член на аритметичката прогресија ако $a_3 = -1$ и $a_7 = -13$.

А. 1

Б. 3

В. 5

Г. 7

Решение: В.

21. А) Ако $a = 5^3 \cdot 4^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$, $b = 10^3 \left(\frac{3}{5}\right)^2$, тогаш $\frac{a}{b} =$ _____

Б) Изразот $200 \cdot 8000$ запиши го во облик $A \cdot 10^5$, каде A е константа која треба да ја одредиш.

Решение: А) $2^3 \cdot 5^2$ или 200
Б) $A = 16 \cdot 10^5$

22. Вредноста на изразот $\frac{0,5 - \frac{7}{18} \cdot 2}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$ изнесува _____.

Решение: -2

23. А) За кои реални броеви x , збирот на изразите $\frac{3x-2}{4}$ и $\frac{2x-1}{2}$ е помал од 3?

Одговор: _____

Б) За кои природни броеви x , збирот на изразите $\frac{3x-2}{4}$ и $\frac{2x-1}{2}$ е помал од 3?

Одговор: _____

Решение: А) $x < \frac{16}{7}$ или $x < 2\frac{2}{7}$
Б) $x \in \{1, 2\}$.

24. А) Одреди квадратна функција за која $f(2) = f(-2) = 2$, $f(0) = -2$.

$f(x) =$ _____

Б) Ако бројот на комарци на метар квадратен зависи од количината на врнежи и е дадена со формулата $K(x) = -x^2 + 10x$, тогаш максималниот број на комарци изнесува _____ на m^2 .

Решение: А) $f(x) = x^2 - 2$
Б) 25

25. Во еден пакет има топчиња за тенис чиј број е поголем од 180, а помал од 200. Тие може да се спакуваат во кутии кои содржат по 4 топчиња или во кутии кои содржат по 6 топчиња. Колку вкупно топчиња за тенис има во пакетот?

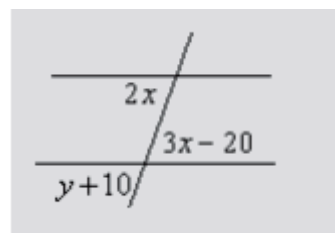
Одговор: _____

Решение: 192

26. Големината на аглите x°, y° според дадената скица

е $x^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$, $y^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

Решение: $x^\circ = 20^\circ, y^\circ = 30^\circ$



27. Околу топка со радиус R е опишан цилиндар.

А. Висината на цилиндарот е еднаква на _____.

Б. Односот на волумените на топката и цилиндарот изнесува _____.

Решение: А. $2R$

Б. $2:3$ или $\frac{2}{3}$

28. А) Растојанието од координатниот почеток до правата $2x+3y-5=0$ изнесува _____.

Б) Аголот помеѓу правата која минува низ точките $A(4,-1), B(3,4)$ правата $2x+3y-5=0$ е _____.

Решение: А) $\frac{5}{\sqrt{13}}$ или $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

Б) 45° или 135°

29. Нека $\Omega = \{A, B, C\}$. Ако $p(A) = 2 \cdot p(B)$ и $p(C) = \frac{1}{4}$, тогаш $p(\bar{B}) \cdot p(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Решение: $\frac{3}{8}$

30. А) Ања на првиот тест математика имала 57 бодови, на вториот 61 и 65 на следниот. Ако резултатот на наредните тестови постојано расте со ист тренд, тогаш Ања на деветиот тест ќе има _____ бодови.

Б) Ако $10+x, 17+x, 31+x$ се три последователни членови на геометричка прогресија, тогаш $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Решение: А) 89

Б) $x = -3$

31. Изврши ги операциите и упрости го изразот:

$$\left(\frac{x^2 - xy}{x^2y + y^3} - \frac{2x^2}{y^3 - xy^2 + x^2y - x^3} \right) \cdot \left(1 - \frac{y-1}{x} - \frac{y}{x^2} \right)$$

Решение:

Ги разложува именителите во првата заграда

$$x^2y + y^3 = y(x^2 + y^2), \quad y^3 - xy^2 + x^2y - x^3 = (y-x)(x^2 + y^2)$$

Ги собира дробките во првата заграда и добива $\frac{-x^3 - xy^2}{y(y-x)(x^2 + y^2)}$	1
Ги собира дробките во втората заграда и добива $\frac{x^2 - xy + x - y}{x^2}$	1
Ги разложува броителите на двете дробки и добива: $\frac{-x(x^2 + y^2)}{y(y-x)(x^2 + y^2)} \cdot \frac{(x-y)(x+1)}{x^2}$	1
Ги скратува дробките и го добива резултатот: $\frac{x+1}{xy}$	1
Вкупно бодови	5

32. Да се определи множеството на вредности на параметарот m , така што решението (x, y) на системот $\begin{cases} x - 2y + m = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$ ја задоволуваат неравенката $3x + y < 5$.

Решение:

Го решава системот со метод на спротивни коефициенти или метод на замена и добива една од непознатите $x = \frac{10-m}{5}$ (или $y = \frac{5+2m}{5}$)	1
Со замена во една од равенките во системот ја добива другата непозната $y = \frac{5+2m}{5}$ (или $x = \frac{10-m}{5}$)	1
Вредностите $x = \frac{10-m}{5}$ и $y = \frac{5+2m}{5}$ ги заменува во неравенката $3x + y < 5$ и добива $3 \cdot \frac{10-m}{5} + \frac{5+2m}{5} < 5 / \cdot 5 \Rightarrow 30 - 3m + 5 + 2m < 25$	1
$-m < -10 \Rightarrow m > 10$ Го запишува множеството вредности со интервал $m \in (10, \infty)$ или описно $M = \{m m \in R \wedge m > 10\}$.	1
Вкупно бодови	4

33. За која вредност на реалниот параметар m равенката $x^2 - (2m+5)x + 5m+4 = 0$ има решенија x_1 и x_2 за кои важи $x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 + 1$.

Решение:

Даденото равенство се трансформира во $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (x_1x_2)^2 + 1$.	1
Ги применува Виетовите формули т.е. $x_1 + x_2 = 2m+5$ и $x_1x_2 = 5m+4$.	1
Запишува квадратна равенка $21m^2 + 30m = 0$.	1
Ја решава равенката $m_1 = 0$ или $m_2 = -\frac{10}{7}$.	1
Вкупно бодови	4

34. Во ромб со дијагонали 30cm и 40cm впишана е кружница која ја дели страната на ромбот на два дела. Да се одреди должината на поголемиот дел.

Решение:

Одредува $a^2 = \left(\frac{30}{2}\right)^2 + \left(\frac{40}{2}\right)^2, a = 25\text{cm}$	1
Ја пресметува плоштината на ромбот $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600\text{cm}^2$	
Заклучува дека $h = 2r$ За плошина на ромбот добива $P = ah = a \cdot 2r \Rightarrow r = \frac{600}{2a} = \frac{600}{50} = 12\text{cm}$	1
Од Евклидова теорема за правоаголен триаголник AOB добива $r^2 = xy$, каде x и y се деловите од страната на ромбот добиени од допирната точка на впишаната кружница. Го формира системот $\begin{cases} xy = 144 \\ x + y = 25 \end{cases}$	1
Со метод на замена добива квадратна равенка $x^2 - 25x + 144 = 0$ Со решенија $x_1 = 16\text{cm}, x_2 = 9\text{cm}$ и соодветно $y_1 = 9\text{cm}, y_2 = 16\text{cm}$. Јасно поголемиот дел е 16cm	1
Вкупно бодови	4

35. Висината на прав кружен конус е за 1cm поголема од радиусот, а за 1cm помала од изводницата.

А) Пресметај ја плоштината на конусот.

Б) Пресметај го волуменот на конусот.

Решение:

Поставува $H = R + 1, H = s - 1$ и $s^2 = H^2 + R^2$	1
Изразува $R = H - 1, s = H + 1$ и од $s^2 = H^2 + R^2$ добива $(H + 1)^2 = H^2 + (H - 1)^2$	1
Од $H^2 - 4H = 0$ добива $H = 4\text{cm}$ Од $R = H - 1$ добива $R = 3\text{cm}$ од $s = H + 1$ добива $s = 5\text{cm}$	1
Од $P = R\pi(R + s)$ добива $P = 24\pi\text{cm}^2$ Од $V = \frac{R^2 H \pi}{3}$ добива $V = 12\pi\text{cm}^3$	1
Вкупно бодови	4

36. Основата на права призма е рамнокрак трапез со основи $8\text{cm}, 2\text{cm}$. Во призмата е впишан цилиндар. Пресметај го односот на волуменот на цилиндарот и волуменот на призмата.

Решение:

Од трапезот како тангентен четириаголник го одредува кракот и висината на призмата и цилиндарот: $a+b=2c \Rightarrow 10=2c \Rightarrow c=5cm$	1
Применува Питагорина теорема, пресметува висина на трапезот и неговата плоштина $h^2 = c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow h = 4cm, \quad P = \frac{a+b}{2} \cdot h = 20cm^2$	1
Пресметува плоштина на кругот и односот на волумените $P = r^2 \pi, r = \frac{h}{2} = 2cm \Rightarrow P = 4\pi cm^2$ $V_{II} : V_{II} = 4\pi : 20 = \pi : 5$	1
Вкупно бодови	3

37. Даден е триаголникот ABC со своите темиња $A(-2,5)$, $B(6,-1)$, $C(-2,3)$. Ако точката M е средина на страната AB , N е средина на страната BC и P е средина на страната AC , тогаш да се одредат:

А) координатите на точките M , N и P .

Б) плоштината на триаголникот MNP .

В) растојанието од точката $C(-2,3)$ до правата NP .

Решение:

А) Ги пресметува $M(2,2)$, $N(2,1)$ и $P(-2,4)$	1
Б) $P_{\Delta MNP} = \frac{1}{2} x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = \frac{1}{2} 2(-3) + 4 + (-2) = 2$	1
В) Се запишува равенка на права низ точката $N(2,1)$ и $P(-2,4)$ $y - 1 = \frac{3}{-4}(x - 2)$ и се добива $3x + 4y - 10 = 0$	1
Се одредува растојание од $C(-2,3)$ до $3x + 4y - 10 = 0$ $d = \frac{ 3(-2) + 4 \cdot 3 - 10 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5}$	1
Вкупно бодови	4

38. Напиши равенка на права која минува низ точката $M(3,-1)$ и образува со правите $2x - y + 7 = 0$ и $x + 2y + 1 = 0$ рамнокрак триаголник.

Решение:

Согледува дека дадените прави се заемно нормални	1
Го одредува коефициентот на правец на правата која минува низ точката $M(3,-1)$ и образува агол од 45° со правата $2x - y + 7 = 0$, т.е $k_1 = -3$	1

Го одредува коефициентот на правец на правата која минува низ точката $M(3, -1)$ и образува агол од 45° со правата $x + 2y + 1 = 0$, т.е $k_2 = \frac{1}{3}$	1
Согледува дека се добиваат две различни прави кои ги исполнуваат условите и ги запишува нивните равенки $y = -3x + 8$ и $y = \frac{x}{3} - 2$	1
Вкупно бодови	4

39. Еден кошаркар изведува две слободни фрлања. При тоа можни се следниве елементарни настани:

E_1 : погодок во првото и погодок во второто фрлање

E_2 : погодок во првото и промашување во второто фрлање

E_3 : промашување во првото и погодок во второто фрлање

E_4 : промашување во двете фрлања

Познато е дека $p(E_1) = \frac{49}{100}$, $p(E_2) = p(E_3) = \frac{21}{100}$, $p(E_4) = \frac{9}{100}$

Одреди ја веројатноста во проценти на следните настани:

A: играчот ќе постигне погодок во првото фрлање

B: играчот ќе постигне погодок во второто фрлање

C: играчот ќе постигне погодок во двете фрлања

D: играчот ќе постигне барем еден погодок во двете фрлања

Решение:

Означува како $A = \{E_1, E_2\}$, $p(A) = p(E_1) + p(E_2) = \frac{70}{100} = 0,7 = 70\%$	1
Означува како $B = \{E_1, E_3\}$, $p(B) = p(E_1) + p(E_3) = \frac{70}{100} = 0,7 = 70\%$	1
$B = E_1 \Rightarrow p(B) = \frac{49}{100} = 0,49 = 49\%$	1
$\Gamma = A \cup B$ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ $p(A \cap B) = p(B) = \frac{49}{100} = 0,49$ $p(\Gamma) = 0,7 + 0,7 - 0,49 = 0,91 = 91\%$	1
Вкупно бодови	4

40. Нека x_1, x_2 се решенија на равенката $x^2 - 3x + a = 0$, а y_1, y_2 се решенија на равенката $y^2 - 12y - b = 0$. Ако x_1, x_2, y_1, y_2 се последователни членови на растечка геометричка прогресија, одреди го производот $a \cdot b$.

Решение:

<p>Од условот дека x_1, x_2, y_1, y_2 се последователни членови на геометриска прогресија, заклучува дека: $x_2 = x_1q, y_1 = x_1q^2, y_2 = x_1q^3$</p> <p>Поставува Виетови формули: $x_1 + x_2 = 3$ и $y_1 + y_2 = 12$</p>	1
<p>Го поставува и решава системот $\begin{cases} x_1 + x_1q = 3 \\ x_1q^2 + x_1q^3 = 12 \end{cases}$ од каде добива $q^2 = 4, q = 2$ бидејќи прогресијата е растечка по услов на задачата.</p>	1
<p>Одредува $x_1 = 1, x_2 = 2, y_1 = 4, y_2 = 8$</p>	1
<p>Според Виетови формули $x_1 \cdot x_2 = a = 2, y_1 \cdot y_2 = -b = 32$ $b = -32$ $a \cdot b = -64$</p>	1
<p>Вкупно бодови</p>	4

**ДРЖАВНА МАТУРА
МАТЕМАТИКА КЛУЧ
ЈУНИ 2021**

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

број на задача	решение	бодови/ поени
1.	Б	1
2.	В	1
3.	Б	1
4.	В	1
5.	А	1
6.	Б	1
7.	Г	1
8.	Г	1
9.	В	1
10.	Б	1
11.	В	1
12.	Б	1
13.	А	1
14.	Б	1
15.	В	1
16.	В	1
17.	А	1
18.	В	1
19.	Г	1
20.	А	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

број на задача	решение	бодови/ поени
21.	$\frac{1}{10}$ или 0,1 (Ако е пресметана само вредноста на изразот $\frac{\left(\frac{1}{2}-1\right)^3 : \left(-\frac{5}{8}\right)}{1+(-2)^2} = \frac{1}{25}$)	2 1
22.	А: $x-1$ Б: 24	1 1
23.	А: 2 или два Б: M или $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ или $M = \{1,\dots,9\}$	1 1
24.	12 Ако ги има запишано равенките:	2 1

	$(15x+20):4-14=3x$ или $((3x+14)\cdot 4-20):15$	
25.	1980 ⁰ или $65 = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n(n-3) = 130 \Rightarrow n = 13$ $S_n = (n-2) \cdot 180^0 = 11 \cdot 180^0 = 1980^0$	2 1 1
26.	144 или $144dm^3$ или $\frac{144}{1000}m^3$ или $0,6^3 - 0,2 \cdot 0,6^2$	2 1
27.	36π или $r = 3cm$ $P = 36\pi$	2 1 1
28.	$3 \cdot (3 + 2\sqrt{3} + 3) = 18 + 6\sqrt{3}$	2
29.	А: експлицитен или $y = ax + b$ или $y = kx + n$ Б: 2	1 1
30.	геометриска 8	1 1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

31.

Чекори на решението		Бодови /поени
А. $D = R \setminus \{-2, 0, 2\}$ или $D = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, \infty)$ или $a \neq 0, a \neq 2$ и $a \neq -2$		1
прв начин	втор начин	
Б. Го разложува именителот на прости множители (овој бод се добива независно од првиот бод) $\frac{a-2}{a} \cdot \left(\frac{a}{2(a-2)} - \frac{a+1}{a+2} + \frac{a^2+4}{2(a-2)(a+2)} \right) = 2a$ $\frac{a-2}{a} \cdot \frac{a(a+2) - 2(a+1)(a-2) + a^2 + 4}{2(a-2)(a+2)} = 2a$	Б. Го применува дистрибутивниот закон $\frac{1}{2} - \frac{(a-2)(a+1)}{a(a+2)} + \frac{a^2+4}{2a(a+2)} = 2a$	1
$\frac{a-2}{a} \cdot \frac{a^2+2a-2a^2+4a-2a+4+a^2+4}{2(a-2)(a+2)} = 2a$ $\frac{a-2}{a} \cdot \frac{4a+8}{2(a-2)(a+2)} = 2a$ или $\frac{1}{a} \cdot \frac{4a+8}{2(a+2)} = 2a$ или $\frac{2}{a} = 2a$ $2 = 2a^2$ од каде што $1 = a^2$	$\frac{a^2+2a-2a^2+2a+4+a^2+4}{2a(a+2)} = 2a$ $\frac{4(a+2)}{2a(a+2)} = 2a \text{ т.е. } a^2 = 1$	1

Ги одредува решенијата на равенката $a_1 = -1$, $a_2 = 1$	1
Вкупно бодови	4

32.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Согледува дека корените на равенката се различни броеви т.е. $D > 0$	Ги заменува коефициентите на дадената равенка во формулата за решенија на квадратна равенка $x_{1/2} = \frac{14a-1 \pm \sqrt{-(14a-1)^2 - 4 \cdot (49a^2 - 7a)}}{2}$	1
Ја запишува равенката $D = (14a-1)^2 - 4(49a^2 - 7a) = 196a^2 - 28a + 1 - 196a^2 + 28a = 1$	Ги добива решенијата на равенката во видот $x_{1/2} = \frac{14a-1 \pm 1}{2}$	1
Корените на оваа равенка се $x_{1/2} = \frac{14a-1 \pm 1}{2}$ т.е. $x_1 = 7a$ и $x_2 = 7a-1$.	Ги пресметува решенијата $x_1 = 7a$ и $x_2 = 7a-1$	1
Заклучува кој е поголем од добиените броеви и составува равенка $7a = 5(7a-1)$	Го користи условот на задачата и ја запишува равенката $7a = 5(7a-1)$	1
Добива дека $a = \frac{5}{28}$.	Добива дека $a = \frac{5}{28}$.	1
Вкупно бодови		5

трет начин	четврт начин	бодови /поени
$x_1 + x_2 = 14a - 1$ $x_1 x_2 = 49a^2 - 7a$ (2 бода/поени)	Ги запишува Виетовите формули $x_1 + x_2 = 14a - 1$ $x_1 x_2 = 49a^2 - 7a$	1
Согледува дека $x_1 + x_2 = 7a + 7a - 1$, од каде $x_1 x_2 = 7a(7a - 1)$, заклучува дека $x_1 = 7a$ и $x_2 = 7a - 1$. (2 бода/поени)	Го заменува условот $x_1 = 5x_2$ во Виетовите формули и ја добива равенката $5 \cdot \left(\frac{14a-1}{6}\right)^2 = 49a^2 - 7a$	1
Од условот треба $7a = 5(7a-1)$ од каде се добива дека $a = \frac{5}{28}$.	Ја добива и решава равенката $784a^2 - 112a - 5 = 0$ $a_{1/2} = \frac{112 \pm \sqrt{12544 + 15680}}{1568} = \frac{112 \pm 168}{1568}$	1
	Ги добива решенијата $a_1 = \frac{5}{28}$ и $a_2 = -\frac{1}{28}$	1

	Проверува за која вредност на a е исполнет условот од задачата т.е. $x_1 > x_2$ и заклучува дека a_2 не го исполнува условот	1
Вкупно бодови		5

33.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Ги означува сумите за секое здружение и образува делбена сметка, на пример $a:b:c:d=1:3:4:7$ од каде се добива $a=k, b=3k, c=4k, d=7k$	Го запишува количникот $7500:(1+3+4+7)$ и/или воведува некакви ознаки за сумите кај здруженијата	1
$a+b+c+d=7500$ $k+3k+4k+7k=7500$ $k=500$	Пресметува $7500:15=500$	1
$a=500, b=1500, c=2000, d=3500$ Бараните суми за здруженијата се: А-добива 500 евра В-добива 1500 евра, С-добива 2000 евра, D -добива 3500 евра	Ги одредува сумите кои ги добило секое здружение, соодветно на воведените ознаки на почетокот	1
Вкупно бодови		3

34.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Бараниот број го означува со $\overline{ab}=10a+b$. или a – цифра на десетки b – цифра на единици	Од условот на задачата го составува системот равенки $\begin{cases} xy=20 \\ 10x+y=6(x+y) \end{cases}$	1
Од условот на задачата го составува системот равенки $\begin{cases} ab=20 \\ \overline{ab}:(a+b)=6 \end{cases}$ т.е. $\begin{cases} ab=20 \\ 10a+b=6(a+b) \end{cases}$	Го решава системот и добива $x^2=25$ или $y^2=16$	1

Го доведува системот до општ облик $\begin{cases} ab = 20 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases}$ Го решава системот, од втората равенка го изразува $a = \frac{5b}{4}$ (или $b = \frac{4a}{5}$) и заменувајќи во правата равенка добива $b^2 = 16$ (или $a^2 = 25$)	Заклучува дека $x = 5, y = 4$	1
Заклучува дека $b = 4$ и $a = 5$ Бараниот двоцифрен број е $\overline{ab} = 54$	Го запишува бараниот број 54	1
Вкупно бодови		4

35.

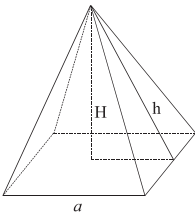
Чекори на решението		бодови /поени
Ја применува формулата за вкупниот број на дијагонали кај двата многуаголници т.е $\frac{n(n-3)}{2}$ и $\frac{(n+12)(n+9)}{2}$, соодветно.		1
Ја составува и решава равенката $\frac{(n+12)(n+9)}{2} = 7 \frac{n(n-3)}{2}$ т.е. $n^2 - 7n - 18 = 0$		1
Согледува дека бараниот број на темиња за многуаголниците е 9 и $9+12=21$.		1
Вкупно бодови		3

36.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Согледува дека аголот при основата изнесува 30° , па според тоа $h = \frac{a}{2}$, каде $\overline{AC} = \overline{BC} = a$	Согледува дека аголот при основата изнесува 30° , па од $\sin 30^\circ = \frac{h}{b}$ добива $h = \frac{b}{2}$, каде $\overline{AC} = \overline{BC} = b$	1
Користи сличност на триаголници и согледува $\frac{b}{2} : r = a : (h-r)$ т.е. $\frac{b}{12} = \frac{2a}{a-12}$, каде $\overline{AB} = b$	Од формулите за плоштина на триаголник се добива $P = \frac{ah}{2} = rs$ т.е. $\frac{b\sqrt{3} \cdot \frac{b}{2}}{2} = \frac{6}{2} \cdot (b\sqrt{3} + 2b)$	1

Од Питагоровата теорема $\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$ заклучува дека $b = a\sqrt{3}$ т.е. $a(a\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 24) = 0$	$b(b\sqrt{3} - 12\sqrt{3} - 24) = 0$ т.е. $b = 12 + 8\sqrt{3}$	1
Наоѓа $a = \frac{12\sqrt{3} + 24}{\sqrt{3}}$ и $b = 12\sqrt{3} + 24$, $h = \frac{12\sqrt{3} + 24}{2\sqrt{3}}$ и $P = \frac{bh}{2} = 84\sqrt{3} + 144$	$a = 12\sqrt{3} + 24$, $h = 6 + 4\sqrt{3}$, $P = 12(12 + 7\sqrt{3})$	1
Вкупно бодови		4

37.

Чекори на решението		бодови /поени
<p>Ја запишува формулата $P = a^2 + 4 \cdot \frac{ah}{2}$ односно $16 = a^2 + 2ah$, $a + h = 6$ од каде што $h = 6 - a$ или $a = 6 - h$ <u>-цртежот не е задолжителен</u></p>		1
<p>Со замена се добива дека $a^2 - 12a + 16 = 0$ т.е. $a_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{80}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{5}$, па од условот $6 - a > 0$ следува дека $a = (6 - 2\sqrt{5})dm$ и $h = 2\sqrt{5}dm$</p>	<p>Со замена се добива дека $h^2 = 20$ т.е. $h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}dm$ и $a = (6 - 2\sqrt{5})dm$</p>	1
<p>За висината на пирамидата се добива $H^2 = h^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$, па $H = \sqrt{6(1 + \sqrt{5})}dm$</p>		1
<p>Плоштината на бараниот пресек е $Q = \frac{dH}{2} = \frac{a\sqrt{2}H}{2} = \frac{(6 - 2\sqrt{5})\sqrt{2} \cdot \sqrt{6(1 + \sqrt{5})}}{2}$, т.е. $Q = \frac{\sqrt{(56 - 24\sqrt{5})(12 + 12\sqrt{5})}}{2} dm^2$</p>		1
Вкупно бодови		4

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

38.

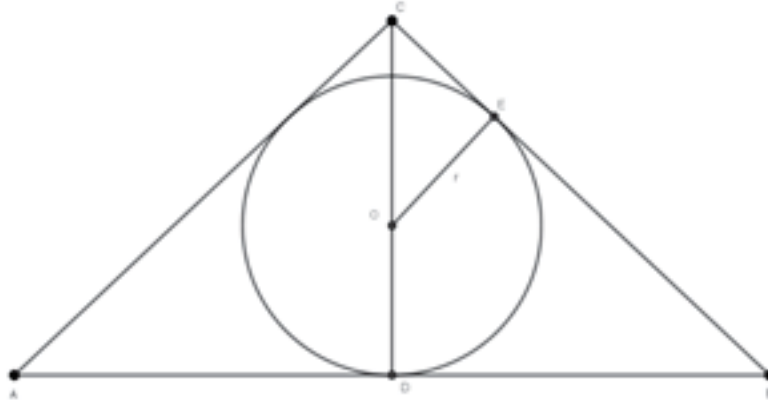
Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Пресечната точка лежи на x – оската па $y = 0$	Составува систем од правите $p: 4\lambda x - y - 6 = 0$ $q: 3x + 2\lambda y - 9 = 0$	1
Со замена во равенките на правите се добива: $p: 4\lambda x = 6$ и $q: 3x = 9$ од каде $x = 3$	Ги добива координатите на пресечната точка $x = \frac{12\lambda + 9}{3 + 8\lambda^2}$, $y = \frac{36\lambda - 18}{3 + 8\lambda^2}$	1
$\lambda = \frac{1}{2}$	Од условот $y = 0$ т.е. $\lambda = \frac{1}{2}$	1
Вкупно бодови		3

39.

Чекори на решението		бодови /поени
$0,6x + 0,8y - 5 = 0$ ќе се запише како $3x + 4y - 25 = 0$ од каде $y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$, па добива дека $k_1 = -\frac{3}{4} = -0,75$		1
Го користи условот за нормалност $k_1 k_2 = -1$ и добива $k_2 = \frac{4}{3}$,		1
Запишува равенка на права низ $N(5,10)$ и коефициент на правец $k_2 = \frac{4}{3}$ $y - 10 = \frac{4}{3}(x - 5)$ или $4x - 3y + 10 = 0$ или $y = \frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$		1
Вкупно бодови		3

При прегледување на задача 36, оценувачите најдоа на многу различни варијанти на решенија на оваа задача, па токму затоа сакаме да ги споделиме со јавноста сите решенија кои ги запишаа учениците кај оваа задача:

36. Рамнокрак триаголник има агол при врвот од 120° и радиус на впишаната кружница $r = 6$. Одреди ја плоштината на триаголникот.



Нека дадениот триаголник од задачата го означиме како на цртежот.

прво решение: Согледуваме дека аголот при основата изнесува 30° , па $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$, каде $x = \overline{CE}$ е должината на кракот од врвот C до допирната точка D со кружницата.

Од Питагоровата теорема за $\triangle COE$ се добива дека $y = 4\sqrt{3}$, каде $y = \overline{CO}$ е должината на делот од висината од врвот C до центарот на кружницата O .

Сега лесно се заклучува дека $h = y + 6 = 4\sqrt{3} + 6$.

Од $\triangle CDB$ следува дека $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{y+6}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ т.е. $a = 12\sqrt{3} + 24$, што значи дека

плоштината на триаголникот изнесува $P = 12(12 + 7\sqrt{3})$.

второ решение: Со оглед на тоа што AO е симетрала на аголот во темето A следува дека $\operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} = \frac{\overline{DO}}{\overline{AD}} = \frac{r}{\frac{a}{2}}$, а од друга страна од тригонометриските врски

за тангенс од половина агол се добива дека

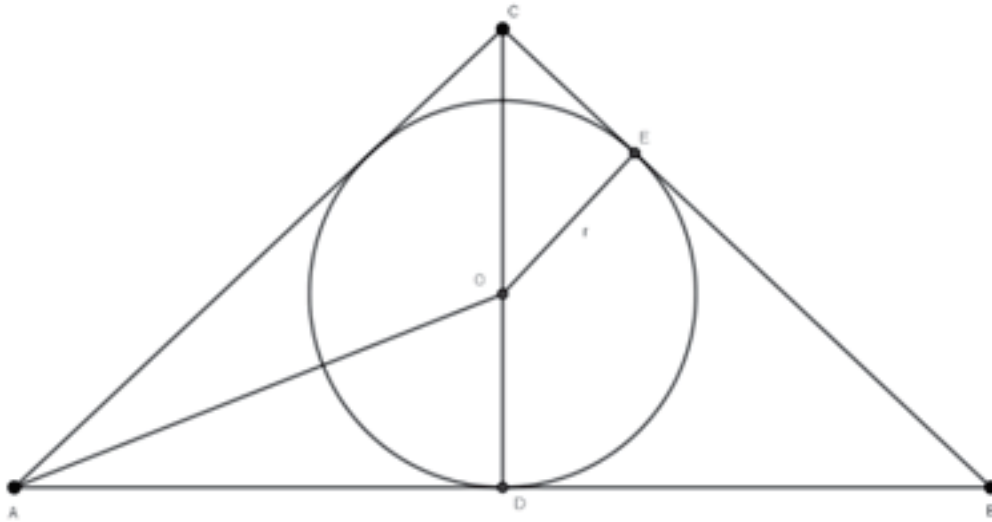
$$\operatorname{tg} 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}, \quad \text{бидејќи } 2 > \sqrt{3}. \quad \text{Со}$$

изедначување се добива $\frac{2r}{a} = 2 - \sqrt{3}$ т.е. $a = \frac{12}{2 - \sqrt{3}} = 12(2 + \sqrt{3})$. Сега треба да ја

одредиме должината на висината, па од $\triangle COE$ се добива дека $\sin 60^\circ = \frac{r}{q}$ т.е.

$$q = \overline{CO} = \frac{6}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}. \quad \text{Значи} \quad h = r + q = 6 + 4\sqrt{3}, \quad \text{па}$$

$$P = \frac{ah}{2} = \frac{12(2 + \sqrt{3})(6 + 4\sqrt{3})}{2} = 144 + 84\sqrt{3}.$$



трето решение: Од $\triangle COE$ следува дека $\sin 60^\circ = \frac{r}{q}$, а од друга страна $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

па со изедначување се добива дека $q = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3}$. Ова значи дека $h = q + r = 4\sqrt{3} + 6$

. Од $\triangle BCD$ следува дека $\text{tg } 30^\circ = \frac{h}{a} = \frac{2h}{a}$ т.е. $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3} + 12}{a}$. Значи $a = 24 + 12\sqrt{3}$.

Конечно за плоштината се добива $P = \frac{ah}{2} = 144 + 84\sqrt{3}$.

четврто решение: Од $\triangle ADO$ се добива $\text{tg } 15^\circ = \frac{r}{a} = \frac{2r}{a}$ т.е. $a = \frac{2r}{\text{tg } 15^\circ} = \frac{12}{\text{tg } 15^\circ}$. Од

$\triangle BCD$ следува дека $\cos 30^\circ = \frac{a}{b} = \frac{a}{2b}$ т.е. $a = b\sqrt{3}$. Со замена се добива дека

$$b = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 15^\circ}. \text{ Од Питагоровата теорема за } \triangle ADC \text{ се добива дека } h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{т.е. } h = \sqrt{\frac{48}{\operatorname{tg}^2 15^\circ} - \frac{36}{\operatorname{tg}^2 15^\circ}} = \frac{2\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 15^\circ}. \text{ Плоштината на триаголникот } P = \frac{ah}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{\operatorname{tg}^2 15^\circ}.$$

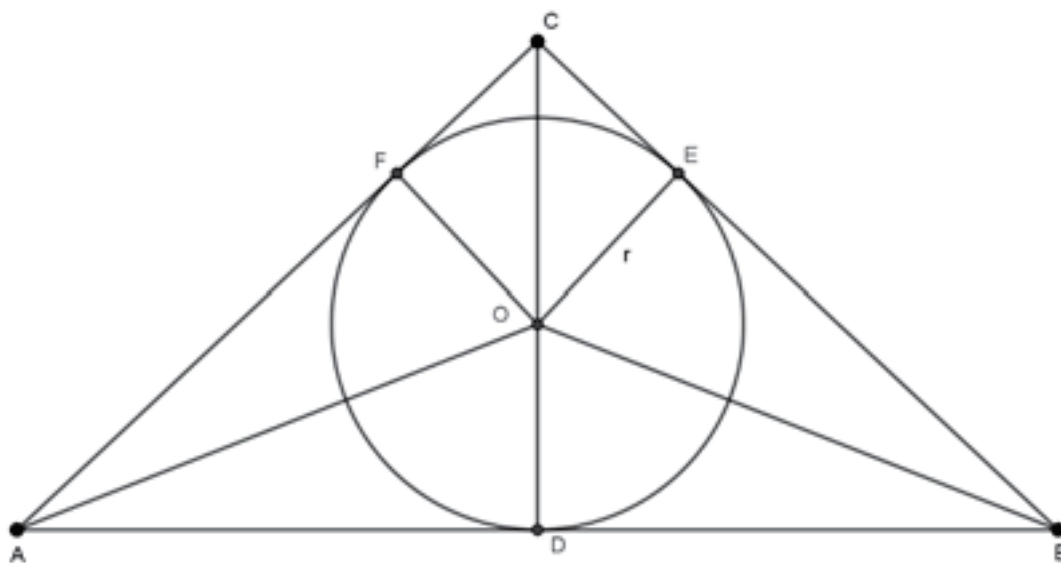
петто решение: Од $\triangle ADO$ се добива $\operatorname{tg} 15^\circ = \frac{r}{\frac{a}{2}} = \frac{2r}{a}$ т.е. $a = \frac{2r}{\operatorname{tg} 15^\circ} = \frac{12}{\operatorname{tg} 15^\circ}$. Од $\triangle BCD$

следува дека $\cos 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{a}{2b}$ т.е. $a = b\sqrt{3}$. Со замена се добива дека $b = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 15^\circ}$

. Од Питагоровата теорема за $\triangle ADC$ се добива дека $h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ т.е.

$$h = \sqrt{\frac{48}{\operatorname{tg}^2 15^\circ} - \frac{36}{\operatorname{tg}^2 15^\circ}} = \frac{2\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 15^\circ}. \quad \text{Плоштината на триаголникот е}$$

$$P = rs = 6 \cdot \frac{a+2b}{2} = 3(a+2b) \quad \text{т.е. } P = \frac{12(3+2\sqrt{3})}{\operatorname{tg} 15^\circ}.$$



шесто решение: Од $\triangle BCD$ следува дека $h = \frac{b}{2}$, па од Питагоровата теорема се

добива дека $\frac{a}{2} = \sqrt{b^2 - h^2}$ т.е. $a = b\sqrt{3}$. Тогаш за плоштината на триаголникот се

добива $P = \frac{ah}{2} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$, што значи дека мерниот број на плоштината на триаголникот

е еднаков со мерниот број на плоштината на рамностран триаголник со страна b .

Останува да ја најдеме должината на кракот b на $\triangle ABC$. Со изедначување на двете формули за плошина на триаголник т.е. $\frac{b^2\sqrt{3}}{4} = rs$, каде $s = \frac{2b+a}{2} = \frac{2b+b\sqrt{3}}{2}$,

добиваме: $b = 8\sqrt{3} + 12$ т.е. $P = \frac{(8\sqrt{3} + 12)^2 \sqrt{3}}{4} = 144 + 84\sqrt{3}$.

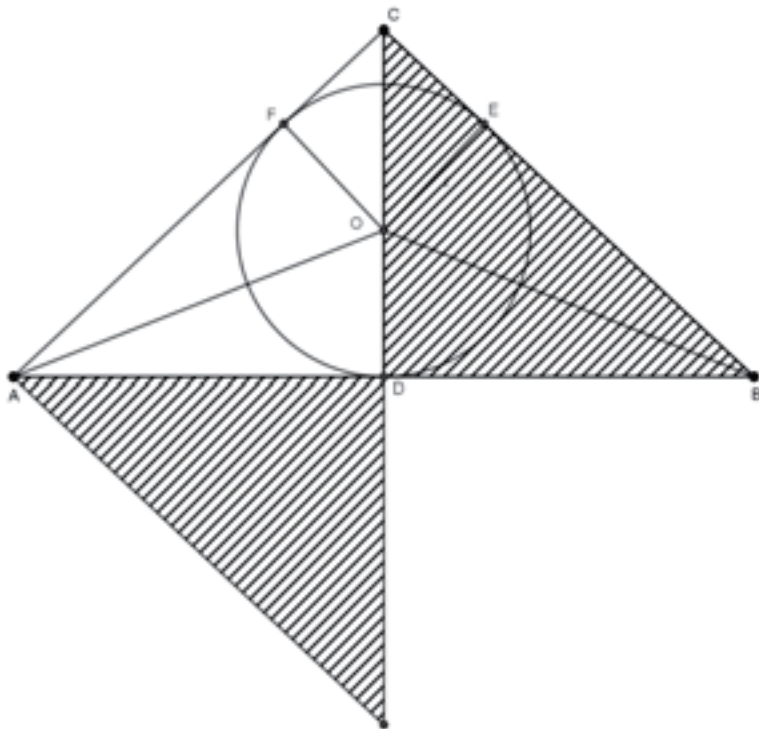
седмо решение. Од $\triangle BCD$ следува дека $\sin 60^\circ = \frac{a}{b}$ од каде следува дека $a = b\sqrt{3}$.

Од формулата за плошина на триаголник имаме $P = \frac{b^2 \sin 120^\circ}{2} = \frac{b^2 \sin 60^\circ}{2} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4}$.

Од друга страна плошината на триаголникот е збир од плоштините на $\triangle ABO$, $\triangle BCO$ и $\triangle CAO$ т.е. $P = \frac{ar}{2} + 2 \cdot \frac{br}{2} = 3a + 6b$. Со изедначување се добива дека

$\frac{b^2\sqrt{3}}{4} = 3b\sqrt{3} + 6b$ т.е. $b = 8\sqrt{3} + 12$. Плошината на триаголникот е $P = 144 + 84\sqrt{3}$.

осмо решение:



Ако ја продолжиме висината низ точката D до точка M таква што $\overline{DM} = \overline{CD} = h$, тогаш $\triangle AMD \cong \triangle BCD$, па се добива дека $\triangle AMC$ е рамностран со страна b и неговата плошина е $P_1 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$. Од складноста следува и дека плошината на $\triangle ABC$

изнесува $P = P_1 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$. Од тоа што $\triangle AMC$ е рамностран следува дека $b = 2h$.

Четириаголникот $ABCD$ има заемно нормални дијагонали, па неговата плоштина е

$P_2 = \frac{a \cdot 2h}{2} = ah$. Бидејќи $P_2 = 2P$ се добива дека $\frac{ab}{2} = \frac{b^2\sqrt{3}}{2}$ т.е. $a = b\sqrt{3}$. Од $\triangle ADO$ се

добива $\operatorname{tg} 15^\circ = \frac{r}{\frac{a}{2}} = \frac{2r}{a}$ т.е. $a = \frac{2r}{\operatorname{tg} 15^\circ} = \frac{12}{\operatorname{tg} 15^\circ}$. Јасно плоштината на триаголникот е

$$P = 144 + 84\sqrt{3}.$$

деветто решение: Бидејќи $\overline{BD} = \overline{BE} = \frac{a}{2}$, како тангентни отсечки, имаме дека

$\overline{CE} = b - \frac{a}{2}$. Од $\triangle OEC$ следува дека $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{b - \frac{a}{2}}{6}$ т.е. $a = b\sqrt{3}$. Од $\triangle BCD$ следува дека

$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2h}{a}$ и $h = \frac{b}{2}$. Со изедначување се добива $\frac{b - \frac{a}{2}}{6} = \frac{b}{a}$. Со замена во

претходното за $a = b\sqrt{3}$ се добива $b = 8\sqrt{3} + 12$, па плоштината на триаголникот е $P = 144 + 84\sqrt{3}$.

**ДРЖАВНА МАТУРА
МАТЕМАТИКА КЛУЧ
АВГУСТ 2021**

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

број на задача	решение	бодови/ поени
1.	А	1
2.	Г	1
3.	Г	1
4.	Г	1
5.	А	1
6.	В	1
7.	Г	1
8.	В	1
9.	В	1
10.	Г	1
11.	А	1
12.	В	1
13.	В	1
14.	се отфрла поради постоење на два точни одговори	/
15.	А	1
16.	Г	1
17.	А	1
18.	Б	1
19.	Г	1
20.	Г	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

број на задача	решение	бодови/ поени
21.	0 или нула	2
22.	5 или пет (за точно запишани Виетови формули т.е. $x_1 + x_2 = 5$ и $x_1 x_2 = 2a$ се добива 1 бод)	2
23.	2 или два (за коректно извршена замена за $x = -2021$ во полиномот $P(x)$ се добива 1 бод)	2
24.	А: $(4, \infty)$ или $x \in (4, \infty)$ или $\{x x > 4\}$ Б: $(-6, -2)$	1 1
25.	42 (За точно одредена вредност на аголот $\beta = 180^\circ - (44^\circ + 180^\circ - 130^\circ) = 86^\circ$ се добива 1 бод)	2
26.	48	2

	(за точно одредена вредност на висината $h = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\text{cm}$ или за точно одредена вредност на полупериметарот $s = \frac{16+10+10}{2} = 18$ се добива 1 бод)	
27.	нема место за одговор	/
28.	А: 5 или пет Б: 60 или шеесет	2
29.	цртежот не е соодветно означен	/
30.	685, бидејќи $S_{30} - S_{20} = \frac{30}{2}(2a_1 + 29d) - \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 685$ или го пресметува збирот на членовите $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{30} = 685$ (за точно одредена вредност на разликата $d = 3$ се добива 1 бод)	2

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

31.

Чекори на решението		бодови /поени
Користи променлива за да ја изрази цената на книгата, на пример x		1
прв начин	втор начин	
Согледува дека после првото намалување цената на книгата е $x - \frac{10}{100}x = \frac{9}{10}x$	Го запишува условот $\left(x - \frac{10}{100}x\right) - \frac{10}{100}\left(x - \frac{10}{100}x\right) = 324$	1
Согледува дека после второто намалување цената на книгата е $\frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10}x$	Ја трансформира равенката во облик $(1 - 0,1 - 0,1 + 0,01)x = 324$ или во друг еквивалентен облик	1
Со решавање на равенката $x = \frac{100}{81} \cdot 324$ добива $x = 400$ денари.	Со решавање на равенката $0,81x = 324$ добива $x = 400$ денари.	1
Вкупно бодови		4

32.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
А. Со квадрирање на $x + y = 3$, се добива $x^2 + 2xy + y^2 = 9$	А: Со замена на $x = 3 - y$ во $x^2 + y^2 = 29$ се добива $9 - 6y + y^2 + y^2 = 29$	1

Со средување се добива $29 - 9 = -2xy$ и $xy = -10$	Со средување на равенката се добива $y^2 - 3y - 10 = 0$ чии решенија се $y_1 = 5$ и $y_2 = -2$, односно $x_1 = -2$ и $x_2 = 5$. Според тоа $xy = -10$.	1
Б. Запишува формула $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ т.е. со замена се добива $(x - y)^2 = 49$	Б: Со замена на добиените вредности се добива $(x - y)^2 = 49$	1
Вкупно бодови		3

трет начин	четврт начин	бодови /поени
А: Од равенството $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ со замена се добива $29 = 9 - 2xy$		1
Ја одредува вредноста на $xy = -10$		1
Б: Запишува формула $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ т.е. со замена се добива $(x - y)^2 = 49$	Б: Од равенството $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$ со замена се добива $(x - y)^2 = 49$	1
Вкупно бодови		3

33.

Чекори на решението			бодови /поени
прв начин	втор начин	трет начин	
А. Равенката $x^2 + kx = k^2 + 5$ се запишува во облик $x^2 + kx - (k^2 + 5) = 0$ и се одредуваат $a = 1$, $b = k$ и $c = -(k^2 + 5)$			1
Се запишуваат Виетовите формули $x_1 + x_2 = -k$ и $x_1x_2 = -(k^2 + 5)$.		Ги запишува Виетовите формули $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ и $x_1x_2 = \frac{c}{a}$	1
Од $\frac{4}{x_1x_2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ се добива $\frac{8 + x_1x_2}{2x_1x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$ од каде $\frac{8 - k^2 - 5}{-2(k^2 + 5)} = \frac{-k}{-(k^2 + 5)}$	Даденото равенство $\frac{4}{x_1x_2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ се трансформира во $\frac{4 - (x_1 + x_2)}{x_1x_2} = -\frac{1}{2}$ т.е. $8 + 2k = k^2 + 5$	Даденото равенство $\frac{4}{x_1x_2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ се трансформира во $\frac{4c}{a} + \frac{1}{2} = -\frac{b}{c}$ т.е. $8 + 2k = k^2 + 5$	1

$k^2 - 2k - 3 = 0$ каде $k_1 = 3$ и $k_2 = -1$ се корени на дадената равенка.	Со решавање на равенката $k^2 - 2k - 3 = 0$ се добива $k_1 = 3$ и $k_2 = -1$	1
Б. Од условот $k > 0$ следи дека $k = 3$. Тогаш $x^2 + 3x - 14 = 0$, па бараните решенија се $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{65}}{2}, x_2 = \frac{-3 + \sqrt{65}}{2}$.	Б: Решенијата на равенката $x^2 + 3x - 14 = 0$ се $x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{65}}{2}$	1
Вкупно бодови		5

34.

Чекори на решението			бодови /поени
прв начин	втор начин	трет начин	
Го одредува решението на системот равенки изразено преку параметарот k (користи метод на замена или спротивни коефициенти) $(x, y) = \left(-2k + 11, \frac{3k - 11}{2}\right)$ или $x = -2k + 11, y = \frac{3k - 11}{2}$	Става смена $y = 5 - x$ во системот и добива еквивалентен систем $\begin{cases} x + 2 \cdot (5 - x) - k = 0 \\ 3x + 4 \cdot (5 - x) - 11 = 0 \end{cases}$	Става смена $x = 5 - y$ во системот и добива еквивалентен систем $\begin{cases} 5 - y + 2y - k = 0 \\ 3 \cdot (5 - y) + 4y - 11 = 0 \end{cases}$	1
Ги заменува решенијата за x и y во условот $x + y = 5$ и ја добива равенката $-2k + 11 + \frac{3k - 11}{2} = 5$	Со еквивалентни трансформации се добива системот $\begin{cases} -x - k + 10 = 0 \\ x = 9 \end{cases}$	Со еквивалентни трансформации се добива системот $\begin{cases} 5 + y - k = 0 \\ y = -4 \end{cases}$	1
Ја решава равенката и ја добива вредноста на параметарот $k = 1$	Со замена во првата равенка од системот добива $k = 1$		1
Вкупно бодови			3

четврт начин	бодови /поени
Системот го решава со Крамерово правило т.е. $\Delta = -2$, $\Delta_x = 4k - 22$ и $\Delta_y = 11 - 3k$	1
Ги запишува $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -2k + 11$ и $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{3k - 11}{2}$	1

Од условот $x + y = 5$ со замена се добива $k = 1$	1
Вкупно бодови	3

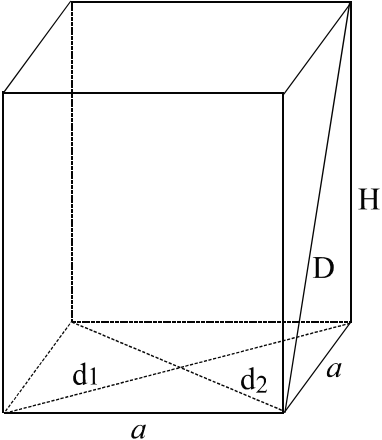
35.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Согледува дека ако BD е помалата дијагонала во паралелограмот $ABCD$, тогаш $\sphericalangle DAB = 60^\circ$, $\sphericalangle ABD = 30^\circ$, па $\sphericalangle BDA = 90^\circ$.		1
Знае дека спроти аголот од 30° лежи страна која е половина од должината на хипотенузата, па $\overline{AB} = a$, $\overline{AD} = \frac{a}{2}$, па $\overline{BD} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	Ги означува должините на страните со a и b и со помош на тригонометриските функции добива дека $b = \frac{a}{2}$	1
$24 = 2a + 2 \cdot \frac{a}{2} = 2a + a = 3a$ т.е. $a = 8$, а $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$	Со замена во периметарот добива дека $a = 8$, $b = 4$	1
Заклучува дека плоштината на паралелограмот е збир од плоштините на два правоаголни триаголници т.е. $P = 2 \cdot \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$ квадратни единици.	Плоштината на паралелограмот е $P = ab \sin 120^\circ = ab \sin 60^\circ = 16\sqrt{3}$	1
Вкупно бодови		4

36.

Чекори на решението		бодови /поени
А: Се пресметува плоштината на триаголникот по Хероновата формула $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ и се одредува $s = \frac{12+35+37}{2} = 42cm$ $P = \sqrt{42 \cdot 30 \cdot 7 \cdot 5} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 5} = 3 \cdot 7 \cdot 10 = 210$ односно $P = 210cm^2$		1
$P = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$, R е радиус на опишаната кружница $210 = \frac{12 \cdot 35 \cdot 37}{4R}$ $R = \frac{3 \cdot 35 \cdot 37}{210} = \frac{3 \cdot 37}{6} = \frac{37}{2}cm$ или $R = 18,5\pi cm$		1
$P = rs$, r е радиус на впишаната кружница, $r = \frac{210}{42}$ следува $r = 5cm$		1
Б: $L - L_1 = 2 \cdot \frac{37}{2} \pi - 2 \cdot 5 \pi = 27\pi cm$		1
Вкупно бодови		4

37.

Чекори на решението		бодови /поени
A: Ја скицира призмата како на цртежот		1
		
$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$ од каде се добива дека $a^2 = 144 + 81$ и $a = 15\text{cm}$		1
Се наоѓа H , $H^2 = D^2 - a^2$ од каде што $H = 20\text{cm}$.		1
Наоѓа плоштина на база $B = \frac{d_1 d_2}{2} = \frac{24 \cdot 18}{2} = 216$ и плоштината е еднаква на $P = 2B + 4aH = 432 + 1200 = 1632$ или $P = 1632\text{cm}^2$.		1
B: Волуменот $V = \frac{B \cdot H}{3} = \frac{216 \cdot 20}{3} = 1440$ односно $V = 1440\text{cm}^3$.		1
Вкупно бодови		5

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

38.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Го применува условот дека C лежи на правата $y = x$ и запишува $C(a, a)$	Го применува условот дека C лежи на правата $y = x$ и запишува $C(m, m)$	1
Ги одредува коефициентите на правец на правите AC и BC и според условт за нормалност ја добива равенката $\frac{a}{a-2} \cdot \frac{a}{a-12} = -1$	Ја користи Питагоровата теорема $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ т.е. $10^2 = (m-2)^2 + m^2 + (m-12)^2 + m^2$	1
Ја решава равенката $a^2 + 7a - 12 = 0$ т.е. ги одредува решенијата $a_1 = 3$ и $a_2 = 4$	Ја решава равенката $m^2 - 7m + 12 = 0$ т.е. $m_1 = 3$ и $m_2 = 4$	1
Добива дека $C_1(3, 3)$ и $C_2(4, 4)$ што значи дека постојат два правоаголници со тоа својство		1
Вкупно бодови		4

39.

Чекори на решението	бодови /поени
Запишува равенка на права $AB: y + 6 = -\frac{1}{3}(x - 5)$	1
Одредува пресечна точка на таа права со y -оската точката $C\left(0, -\frac{13}{3}\right)$	1
Го одредува односот $\frac{AC}{BC} = \frac{\frac{5\sqrt{10}}{3}}{\frac{\sqrt{10}}{3}} = 5$	1
Вкупно бодови	3

40.

Чекори на решението		бодови /поени
прв начин	втор начин	
Го запишува даденото равенство со помош на формулата за општ член на геометричка прогресија $3a_1q^2 = 2a_1 - a_1q$	Ја користи формулата $a_2^2 = a_1a_3$ и со замена го трансформира даденото равенство до $3a_2^2 = 2a_1^2 - a_1a_2$	1
Го користи условот $a_1 < 0$ и ја добива равенката $3q^2 + q - 2 = 0$	Со разложување на множители го добива производот $(a_2 + a_1)(3a_2 - 2a_1) = 0$ од каде следува вкупноста равенки $\begin{cases} a_2 + a_1 = 0 \\ 3a_2 - 2a_1 = 0 \end{cases}$	1
Ја решава равенката и ги добива решенијата $q_1 = \frac{2}{3}$ и $q_2 = -1$	Од $a_2 + a_1 = 0$ добива $q = -1$ што не е можно	1
Заклучува дека растечка геометричка прогресија се добива за $q_1 = \frac{2}{3}$	Од $3a_2 - 2a_1 = 0$ добива дека $q = \frac{2}{3}$	1
Вкупно бодови		4

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР

Број на задача	Решение	Бодови
1.	Г	1
2.	Б	1
3.	Б	1
4.	В	1
5.	Г	1
6.	А	1
7.	В	1
8.	Б	1
9.	Б	1
10.	Г	1

Број на задача	Решение	Бодови
11.	А	1
12.	В	1
13.	Г	1
14.	В	1
15.	А	1
16.	Б	1
17.	Г	1
18.	Б	1
19.	В	1
20.	Г	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
21.	А. НЗД $\left((1+a)^2, 1-a^2, (1-a)^2\right) = 1$	1
	Б. НЗС $\left((1+a)^2, 1-a^2, (1-a)^2\right) = (1-a^2)^2$, или некој друг еквивалентен запис на полиномот, на пример $(1-a)^2(1+a)^2$.	1
22.	А. $\frac{4}{15}$	1
	Б. $x \geq \frac{1}{3}$ или $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$	1
23.	А. 6 или шест	1
	Б. 5 или пет	1
24.	А. $k_1 = -1$ и $k_2 = 1$ или $k = \pm 1$	1
	Б. $k \in (-1, 1)$	1
25.	А. 25	1
	Б. 8	1
26.	А. $l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$	1
27.	А. 4	1
	Б. 32	1
28.	А. $8\sqrt{3}$ или $\sqrt{192}$	1
	Б. 192π	1
29.	А. $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ или $(0,5;-1)$	1
	Б. 13	1
30.	А. -4	1
	Б. 4	1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

Чекори		Бодови
Ги разложува броителите и именителите на дробките на прости множители: $\left(\frac{a}{(a-2)(a+2)} - \frac{8}{a(a+2)} \right) \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$		1
Прв начин	Втор начин	
Ги сведува дробките во заградата на заеднички именител и одзема: $\frac{a^2 - 8a + 16}{a(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$	Го користи дистрибутивниот закон и крати: $\frac{a}{\cancel{(a-2)}(a+2)} \cdot \frac{\cancel{a(a-2)}}{a-4} - \frac{8}{\cancel{a}(a+2)} \cdot \frac{\cancel{a}(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2}$	1
Го запишува броителот на првата дробка како бином на квадрат, а потоа крати: $\frac{(a-4)^2}{a(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a-4} + \frac{a+8}{a+2} = \frac{a-4}{a+2} + \frac{a+8}{a+2}$	Запишува еквивалентен израз: $\frac{a^2 - 8a + 16}{(a+2)(a-4)} + \frac{a+8}{a+2}$	1
Ги собира добиените дробки, извлекува пред заграда во броителот и крати, со што го добива резултатот: $\frac{a-4}{a+2} + \frac{a+8}{a+2} = \frac{2a+4}{a+2} = \frac{2(a+2)}{a+2} = 2$	Ја проширува втората дробка со $a-4$, потоа крати: $\frac{a^2 - 8a + 16 + a^2 + 4a - 32}{(a+2)(a-4)} = \frac{2(a^2 - 2a - 8)}{a^2 - 2a - 8} = 2$	1
Вкупно бодови		4

32.

Чекори		Бодови
Ја трансформира првата неравенка до облик $x \leq \frac{9}{2}$.		1
Ја трансформира втората неравенка до облик $x > -\frac{4}{5}$.		1
Го определува пресекот на двата интервали и го добива решението на неравенката $\left[-\frac{4}{5}, \frac{9}{2} \right]$.		1
Го одредува множеството $C = \{1, 2, 3, 4\}$.		1
Вкупно бодови		4

33.

Чекори		Бодови
Прв начин	Втор начин	
Ги означува должините на деловите на отсечката, на пример a, b, c и d . Од условот на задачата ги запишува односите: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \frac{b}{c} = \frac{3}{5} \text{ и } \frac{c}{d} = \frac{5}{6}$	Ги означува должините на деловите на отсечката, на пример a, b, c и d . Од условот на задачата запишува: $a = 2t, b = 3t, c = 5t$ и $d = 6t$.	1
Ги изразува сите односи со помош на еден ист дел, на пример: $b = \frac{3}{5}c, d = \frac{6}{5}c \text{ и } a = \frac{2}{3}b = \frac{2}{5}c$	Го запишува условот $a + b + c + d = 128$ и со замена за a, b, c и d добива $t = 8$.	1
Заменува во равенката $a + b + c + d = 128$ и ја одредува вредноста $c = 40$.	Ја заменува добиената вредност на t во $c = 5t$ и добива $c = 40$.	1

34.

Чекори		Бодови
Зададената равенка ја трансформира во општ вид: $8x^2 - (m-2)x + m - 8 = 0$ или $8x^2 + (2-m)x + m - 8 = 0$		1
Прв начин	Втор начин	
<p>А. Го запишува условот $x_1 = x_2$.</p> <p>Заклучува дека $D = 0$ и ја определува дискриминантата на равенката</p> $D = (m-2)^2 - 32(m-8)$ <p>Ја добива равенката</p> $m^2 - 36m + 260 = 0.$	<p>А. Го запишува условот $x_1 = x_2$.</p> <p>Ја претставува равенката во облик</p> $x^2 - \frac{m-2}{8}x + \frac{m-8}{8} = 0.$ <p>Користејќи ги Виетовите формули го добива системот</p> $\begin{cases} 2x_1 = \frac{m-2}{8} \\ x_1^2 = \frac{m-8}{8} \end{cases},$ <p>односно равенката</p> $m^2 - 36m + 260 = 0.$	1
Ги определува решенијата на равенката $m_1 = 26, m_2 = 10$.		1
<p>Б. Го запишува условот $x_1 = -x_2$ т.е. $x_1 + x_2 = 0$.</p> <p>Ја запишува равенката во облик $x^2 - \frac{m-2}{8}x + \frac{m-8}{8} = 0$.</p> <p>Користејќи ги Виетовите формули заклучува дека $\frac{m-2}{8} = 0$, односно $m = 2$.</p>		1
<p>В. Го запишува условот $x_1 = \frac{1}{x_2}$ т.е. $x_1 x_2 = 1$.</p> <p>Користејќи ги Виетовите формули заклучува дека $\frac{m-8}{8} = 1$, односно $m = 16$.</p>		1
Вкупно бодови		5

35.

Чекори			Бодови
Ја определува должината на страната $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 2$			1
Прв начин	Втор начин	Трет начин	
<p>Покажува дека $\triangle ABC \sim \triangle ADF$</p> <p>($\sphericalangle CAB$ е заеднички, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADF$, $\sphericalangle BCA = \sphericalangle DFA$).</p>	<p>Покажува дека $\triangle ABC \sim \triangle FEC$</p> <p>($\sphericalangle BCA$ е заеднички, $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CFE$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle FEC$).</p>	<p>Покажува дека $\triangle ADF \sim \triangle FEC$</p> <p>($\sphericalangle CFE = \sphericalangle FAD$, $\sphericalangle ECF = \sphericalangle DFA$, $\sphericalangle FEC = \sphericalangle ADF$).</p>	1

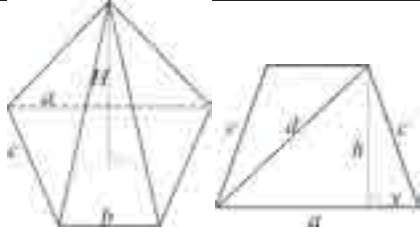
<p>Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците и за висината H на $\triangle ABC$ добива:</p> $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{H}{h}, \text{ односно } H = 108.$	<p>Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците и за висината H на $\triangle ABC$ добива:</p> $\frac{\overline{AB}}{\overline{FE}} = \frac{H}{H-h},$ <p>односно $H = 108$.</p>	<p>Ја користи пропорционалноста на страните и висините на триаголниците</p> $\frac{\overline{AD}}{\overline{FE}} = \frac{h}{H_1},$ <p>и за висината H_1 на $\triangle FEC$ се добива $H_1 = 96$, од каде за висината H на $\triangle ABC$ се добива $H = 96 + 12 = 108$.</p>	1
Вкупно бодови			3
Чекори			Бодови
Четврт начин	Петти начин		
<p>Ја запишува плоштината на триаголникот како збир од плоштините на паралелограмот и двата триаголници т.е.</p> $P_{\triangle ABC} = P_{\triangle ADF} + P_{DBEF} + P_{\triangle FEC}$	<p>Ја запишува плоштината на триаголникот како збир од плоштините на траpez и триаголник т.е.</p> $P_{\triangle ABC} = P_{\triangle ABEF} + P_{\triangle FEC}$		1
<p>Ги заменува формулите за плоштина и ја добива равенката:</p> $\frac{18 \cdot 12}{2} = \frac{2 \cdot 12}{2} + 16 \cdot 12 + \frac{16 \cdot (H-12)}{2}$	<p>Ги заменува формулите за плоштина и ја добива равенката:</p> $\frac{18 \cdot 12}{2} = \frac{(18+16) \cdot 12}{2} + \frac{16 \cdot (H-12)}{2}$		1
<p>Ја решава равенката и добива $H = 108$.</p>	<p>Ја решава равенката и добива $H = 108$.</p>		1
Вкупно бодови			3

36.

Чекори	Бодови
<p>Ја користи Питагоровата теорема за да ја пресмета должината на втората дијагонала на ромбот :</p> $\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$ <p>Добива $d_2 = 6 \text{ cm}$.</p>	1
<p>Ја пресметува плоштината на основата $B = \frac{d_1 d_2}{2} = 24 \text{ cm}^2$.</p>	1
<p>Воочува дека $H = 2a = 10 \text{ cm}$ и ја пресметува плоштината на обвивката</p> $M = 4aH = 200 \text{ cm}^2$	1
<p>Ја пресметува плоштината на призмата</p> $P = 2B + M = 248 \text{ cm}^2$	1
Вкупно бодови	4

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

37.

Чекори		Бодови
		
Прв начин	Втор начин	
<p>Користејќи ја Хероновата формула, ја пресметува плоштината на триаголникот со страни a, c, d:</p> $P = \sqrt{s(s-a)(s-c)(s-d)}, s = \frac{a+c+d}{2},$ <p>добива $P = 630 \text{ cm}^2$.</p>	<p>Нека h е висината на трапезот. Означува $x = \frac{a-b}{2}$ и ја користи Питагоровата теорема за да ја изрази висината на трапезот:</p> $h^2 = c^2 - x^2 \text{ и } h^2 = d^2 - (a-x)^2.$	1
<p>Воочува дека плоштината на истиот триаголник може да се пресмета со формулата $P = \frac{ah}{2}$, каде што h е висината на триаголникот спуштена на страната a и ја пресметува висината на основата $h = \frac{2P}{a} = 20 \text{ cm}$.</p>	<p>Ги изедначува десните страни, ја решава по x равенката</p> $c^2 - x^2 = d^2 - (a-x)^2.$ <p>Добива $x = 15$ и $h^2 = c^2 - x^2 = 400$, односно $h = 20 \text{ cm}$.</p>	1
<p>Ја определува помалата основа на трапезот $b = a - 2\sqrt{c^2 - h^2} = 33 \text{ cm}$.</p>	<p>Ја определува помалата основа на трапезот $b = a - 2x = 33 \text{ cm}$.</p>	1
<p>Ја пресметува плоштината на основата: $B = \frac{a+b}{2}h = 960 \text{ cm}^2$.</p>		1
<p>Го пресметува волуменот на пирамидата $V = \frac{BH}{3} = 9600 \text{ cm}^3$.</p>		1
Вкупно бодови		5

Забелешка: Ако ученикот напише погрешна мерна единица во некој чекор се одзема само 1 бод од вкупниот број на бодови во задачата.

38.

Чекори		Бодови
<p>А. Воочува дека точката $(-1, 7)$ лежи на правата $(p+2)x - y - 2p + 3 = 0$. Ги заменува координатите на точката во равенката на правата. Ја добива равенката $(p+2) \cdot (-1) - 7 - 2p + 3 = 0$, чие решение е $p = -2$.</p>		1
<p>Б. Ги определува коефициентите на правец на двете прави: $k_1 = p+2, k_2 = -2$ и од условот за паралелност на две прави $k_1 = k_2$, ја добива равенката $p+2 = -2$, чиешто решение е $p = -4$.</p>		1
<p>В. Ја заменува вредноста на параметарот во равенката на правата $(p+2)x - y - 2p + 3 = 0$.</p> <p>Го решава системот равенки $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$ и ги добива координатите на пресечната точка $x = 1, y = 3$.</p>		1

39.

Чекори	Бодови
Определува равенка на права низ две точки $A(4,6)$ и $B(-4,0)$ $y = \frac{3}{4}x + 3$. или го одредува коефициентот на правец на правата AB , $k = \frac{3}{4}$	1
Го користи условот за нормалност на две прави и го определува коефициентот на правец $k_2 = -\frac{1}{k_1} = -\frac{4}{3}$.	1
Ја определува равенката на правата h_c што минува низ точката C и има коефициент на правец $k_2 = -\frac{4}{3}$ и добива $h_c: y + 4 = -\frac{4}{3}(x + 1)$.	1
Го запишува општиот облик на равенката $4x + 3y + 16 = 0$	1
Вкупно бодови	4

40.

Чекори		Бодови
Прв начин	Втор начин	
Го запишува како равенка дадениот услов за аритметичката прогресија: $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 9$, односно $a_1 + d = 3$	Го означува со a_2 вториот член, ја запишува аритметичката прогресија како $a_2 - d, a_2, a_2 + d$ и го користи дадениот услов: $a_2 - d + a_2 + a_2 + d = 9$. Добива дека $a_2 = 3$.	1
Воочува дека $a_1 + 4, a_1 + d$ и $a_1 + 2d$ се членовите на геометриската прогресија и важи условот $(a_1 + d)^2 = (a_1 + 4)(a_1 + 2d)$	Воочува дека геометриската прогресија е од облик $7 - d, 3, 3 + d$ и важи $\frac{3}{7 - d} = \frac{3 + d}{3}$, односно $9 = (7 - d)(3 + d)$.	1
Го формира системот равенки, што со метод на замена се сведува на квадратна равенка $d^2 - 4d - 12 = 0$. Воочува дека системот има две решенија: $a_1 = 5, d = -2$ и $a_1 = -3, d = 6$.	Ги добива решенијата на равенката $d^2 - 4d - 12 = 0$ $d_1 = -2, d_2 = 6$.	1
Го отфрла решението $a_1 = 5, d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и од решението $a_1 = -3, d = 6$ ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.	Го отфрла решението $d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.	1
Вкупно бодови		4
Чекори		Бодови
Трет начин		
Го запишува како равенка дадениот услов за аритметичката прогресија: $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 9$, односно $a_1 + d = 3$		1

<p>Воочува дека $a_1 + 4$, $a_1 + d$ и $a_1 + 2d$ се членовите на геометриската прогресија и важи условот</p> $\frac{a_1 + d}{a_1 + 4} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + d}$	1
<p>Го формира системот равенки што со метод на замена се сведува на квадратна равенка $a_1^2 - 2a_1 - 15 = 0$. Воочува дека системот има две решенија: $a_1 = 5, d = -2$ и $a_1 = -3, d = 6$.</p>	1
<p>Го отфрла решението $a_1 = 5, d = -2$, за кое би се добила опаѓачка прогресија и од решението $a_1 = -3, d = 6$ ги определува членовите на геометриската прогресија: 1, 3 и 9.</p>	1
Вкупно бодови	4

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР АВГУСТ 2022

Број на задача	Решение	Бодови
1.	В	1
2.	Б	1
3.	А	1
4.	Б	1
5.	А	1
6.	Г	1
7.	В	1
8.	Г	1
9.	Б	1
10.	В	1

Број на задача	Решение	Бодови
11.	В	1
12.	Б	1
13.	А	1
14.	В	1
15.	Г	1
16.	В	1
17.	А	1
18.	Г	1
19.	Б	1
20.	В	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
21.	$2xy(2x-y)^2$ 1 бод се добива ако се извлечени множителите пред заграда, односно е добиен полиномот $2xy(4x^2 - 4xy + y^2)$	2
22.	А. $m = 2$ Б. $m = 4$	1 1
23.	А. $x \in (-\infty, -5)$ или друг еквивалентен израз Б. $x \in (3, 5)$ или друг еквивалентен израз	1 1
24.	А. $\frac{a+b}{2}$ Б. 0	1 1
25.	А. 60 Б. 15	1 1
26.	А. 7 Б. 45°	1 1
27.	А. 1331cm^3 Б. $121\sqrt{2}\text{cm}^2$	1 1
28.	А. $36\pi\text{cm}^2$ Б. $36\pi\text{cm}^3$	1 1

29.	А. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$	1
	Б. $x=1, y=2$ или $(1,2)$	1
30.	А. 20	1
	Б. 25	1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

31.

Чекори	Бодови
<p>Ги користи формулите $a^3 + 1 = (a+1)(a^2 - a + 1)$, $a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$:</p> $\left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{(a-1)^2} : \frac{a^2 - a + 1}{1-a} \right) \cdot (1+a) + \frac{3a+1}{a-1}$	1
<p>Множи со реципрочната вредност на дробката $\frac{a^2 - a + 1}{1-a}$, а потоа крати:</p> $\left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{(a-1)^2} \cdot \frac{1-a}{a^2 - a + 1} \right) \cdot (1+a) + \frac{3a+1}{a-1} =$ $= \left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{(a+1)}{a-1} \right) \cdot (1+a) + \frac{3a+1}{a-1}$	1
<p>Го користи дистрибутивниот закон и добива:</p> $a-1 - \frac{(a+1)^2}{a-1} + \frac{3a+1}{a-1}$	1
<p>Ги собира добиените дробки, извлекува пред заграда во броителот и крати, со што го добива резултатот:</p> $\frac{(a-1)^2 - (a+1)^2 + 3a+1}{a-1} = \frac{-4a+3a+1}{a-1} = \frac{-a+1}{a-1} = -1.$	1
Вкупно бодови	4

32.

Чекори	Бодови
<p>Ја множи неравенката со НЗС $(7,2) = 14$ и добива:</p> $2(x-2) - 14x < 42 - 7(6x+7).$	1
<p>Ја решава линеарната неравенка и добива $x < -\frac{1}{10}$, т.е. $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{10}\right)$.</p>	1

Го определува најголемиот цел број што припаѓа на интервалот $\left(-\infty, -\frac{1}{10}\right)$, а тоа е бројот -1 .	1
Вкупно бодови	3

33.

Чекори	Бодови
Ги запишува двоцифрените броеви $\overline{ab} = 10a + b$ и $\overline{ba} = 10b + a$ и условот на задачата $\frac{10a + b}{10b + a} = \frac{3}{8}$.	1
Го упростува изразот и ја добива равенката $7a - 2b = 0$.	1
Забележува дека поголемиот од броевите е бројот \overline{ba} , го запишува условот $\overline{ba} - \overline{ab} = 45$ и ја добива равенката $b - a = 5$	1
Го решава системот равенки $\begin{cases} 7a - 2b = 0 \\ b - a = 5 \end{cases}$ и добива $a = 2, b = 7$, па заклучува дека бараните броеви се 27 и 72.	1
Вкупно бодови	4

34.

Чекори	Бодови
A. $k = 2$.	1
Б. Ја определува дискриминантата на равенката $D = (k + 1)^2 - 4(k + 1) \cdot (k - 2) = -3k^2 + 6k + 9$.	1
Го запишува условот $D \geq 0$ и ја добива квадратната неравенка $-3k^2 + 6k + 9 \geq 0$.	1
Ја решава квадратната неравенка и добива $k \in [-1, 3]$.	1
В. Забележува дека условот $x_1 = -\frac{1}{x_2}$ е еквивалентен на $x_1 x_2 = -1$, ги користи Виетовите формули и ја добива равенката $\frac{k + 1}{k - 2} = -1$, чиешто решение е $k = \frac{1}{2}$.	1
Вкупно бодови	5

35.

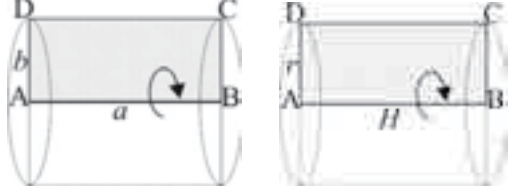
Чекори	Бодови
--------	--------

Ја користи формулата за плошина на круг $P = r^2\pi$ и од дадениот услов $256\pi = r^2\pi$, го определува радиусот на кругот $r = 16$.	1
Воочува дека $(2r)^2 = 2a^2$, каде што a е страната на квадратот и ја пресметува а пресметува плошината на квадратот: $P_{kv} = a^2 = 2r^2 = 512$.	1
Воочува дека страната на шестаголникот е еднаква на радиусот на кругот и ја пресметува плошината на шестаголникот: $P_s = 6 \frac{r^2\sqrt{3}}{4} = 384\sqrt{3}$.	1
Вкупно бодови	3

36.

Чекори	Бодови
Ја запишува формулата за волумен на пирамида $V = \frac{BH}{3} = \frac{a^2H}{3}$ и ја определува висината на пирамидата $H = 6 \text{ dm}$.	1
Ја користи Питагоровата теорема за да ја пресмета должината на апотемата: $h = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{13}{2} \text{ dm}$.	1
Ја пресметува плошината на обвивката на пирамидата: $M = 4 \frac{ah}{2} = 65 \text{ dm}^2$	1
Ја пресметува плошината на пирамидата: $P = B + M = 90 \text{ dm}^2$	1
Вкупно бодови	4

37.

Чекори	Бодови
<p>А. Прави скица и ги означува страните на правоаголникот или радиусот и висината на цилиндарот и забележува дека $a = H, b = r$, при што a и b се страните на правоаголникот, а H и r се висината и радиусот на цилиндарот, соодветно.</p> 	1
<p>Б. Го користи условот на задачата $a = b + 4$, односно $H = r + 4$. Од $P = 2B + M$, го запишува условот $192\pi = 2r^2\pi + 2r\pi H$ и ја добива квадратната равенка $r^2 + 2r - 48 = 0$.</p>	1
<p>Ја решава равенката и добива $r_1 = 6, r_2 = -8$. Го отфрла негативното решение и ги определува страните на правоаголникот: $a = H = r + 4 = 10, b = r = 6$.</p>	1
<p>В. Го пресметува волуменот на цилиндарот $V = BH = 360\pi$.</p>	1
Вкупно бодови	4

38.

Чекори	Бодови
<p>Ја користи формулата за растојание меѓу точките $M(-2, -5)$ и $N(x, y)$: $d(M, N) = \sqrt{(-2-x)^2 + (-5-y)^2}$ или $d^2(M, N) = (-2-x)^2 + (-5-y)^2$.</p>	1
<p>Ги користи условите од задачата $d(M, N) = 2$ и $y = 3x - 1$ и ја добива равенката $4 = (-2-x)^2 + (-5-3x+1)^2$, односно $5x^2 + 14x + 8 = 0$.</p>	1
<p>Ја решава квадратната равенка и воочува дека задачата има две решенија: $N_1(-2, -7)$ и $N_2\left(-\frac{4}{5}, -\frac{17}{5}\right)$</p>	1
Вкупно бодови	3

39.

Чекори	Бодови
<p>Ги определува координатите на точката A_1 која е средина на отсечката BC: $x = \frac{3+7}{2}, y = \frac{3+5}{2}$, односно $A_1(5, 4)$.</p>	1

<p>Ја определува равенката на тежишната линија како равенка на права низ точките $A(-1, -3)$ и $A_1(5, 4)$:</p> $y + 3 = \frac{4 + 3}{5 + 1}(x + 1), \text{ односно } y = \frac{7}{6}x - \frac{11}{6}.$	1
<p>Ја запишува равенката на права во општ облик: $7x - 6y - 11 = 0$.</p>	1
<p>Ги определува координатите на тежиштето на триаголникот:</p> $T\left(\frac{-1 + 3 + 7}{3}, \frac{-3 + 3 + 5}{3}\right) \text{ и добива } T\left(3, \frac{5}{3}\right).$	1
Вкупно бодови	4

40.

Чекори	Бодови
<p>Го означува првиот член и разликата на аритметичката прогресија со: a_1 и d, соодветно и ги запишува дадените услови:</p> $a_2 = 2 \text{ и } a_5 + a_6 = 25, \text{ односно } a_1 + d = 2 \text{ и } a_1 + 4d + a_1 + 5d = 25.$	1
<p>Го решава системот од две линеарни равенки со две непознати:</p> $\begin{cases} a_1 + d = 2 \\ 2a_1 + 9d = 25 \end{cases} \text{ и добива } a_1 = -1, d = 3.$	1
<p>Согледува дека збирот на првите дваесет члена на прогресијата кои имаат парен индекс е $S = a_2 + a_4 + \dots + a_{40}$ и може да се пресмета како збир на првите дваесет члена на аритметичка прогресија со прв член $a_1^* = a_2 = 2$ и разлика $d^* = 2d = 6$.</p>	1
<p>Го пресметува збирот $S = S_{20}^* = \frac{20(a_1^* + a_{20}^* + 19d^*)}{2} = 1180$.</p>	1
Вкупно бодови	4

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР ЈУНИ 2023

Број на задача	Решение	Бодови
1.	В	1
2.	Б	1
3.	Г	1
4.	В	1
5.	А	1
6.	Б	1
7.	В	1
8.	В	1
9.	Г	1
10.	Б	1
11.	В	1
12.	А	1
13.	В	1
14.	Г	1
15.	Б	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
16.	А. $\{5, 6, 7\}$	1
	Б. $\{1, 2, 3\}$	1
17.	А. НЗД($P(x), Q(x), R(x)$) = $x^2(x-1)$ или $P(x)$	1
	Б. НЗС($P(x), Q(x), R(x)$) = $x^4(x-1)^2(x+1)$ или $x^4(x^2-1)(x-1)$ или $x^4(x-1)(x-1)(x+1)$ или $R(x) \cdot (x+1)$	1
18.	А. $k = -1$ или -1	1
	Б. $k = 4$ или 4	1
19.	А. шестаголник или 6-аголник	1
	Б. $\sqrt{3}$	1
20.	А. 45 или $\frac{\pi}{4}$	1
	Б. $\frac{7}{4}$ или $1\frac{3}{4}$ или 1,75	1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

21.

Чекори	Бодови
Прв начин	
Користи ознаки за множествата и го запишува бројот на елементи на дадените множества соодветно, на пример: U – множество анкетирани средношколци, A – множество средношколци кои пијат сок од јаболка, B – множество средношколци кои пијат сок од вишни, $ U = 400, A = 100, B = 150, A \cap B = 75$	1
Го пресметува бројот на средношколци кои пијат сок од јаболка или вишни $ A \cup B = A + B - A \cap B = 100 + 150 - 75 = 175$	1
Заклучува дека бројот на средношколци кои не пијат ниту сок од јаболка ниту сок од вишни е $ A \cup B ' = U - A \cup B = 400 - 175 = 225$	1
Забелешка: Два поени се добиваат и ако бројот на елементи на множеството $A \cup B$ се определи со користење Венови дијаграми	
Вкупно бодови	3
Може да работи само со број на елементи од множествата, на пример, бараниот број $x = 400 - (100 + 150 - 75) = 225$	

22.

Чекори	Бодови	
<p>Ја пресметува вредноста на A за $a = -3$:</p> $A = -2(-3) - 5(-3) + 3 = 6 - 12 = -6$	<p>Ја пресметува вредноста на B</p> $\frac{A}{B} = \frac{-2a - 5a + 3 }{\frac{3}{4} + 1 - \frac{9}{4}} = \frac{-2a - 5a + 3 }{-\frac{1}{2}} =$ $= 4a + 2 \cdot 5a + 3 $	1
<p>Ја пресметува вредноста на B:</p> $B = \left(\frac{3}{4} + 1\right) + \left(-\frac{9}{4}\right) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$	<p>Ја пресметува вредноста на $\frac{A}{B}$ за $a = -3$ т.е.</p> $4a + 2 \cdot 5a + 3 = 4 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 \cdot (-3) + 3 =$ $= -12 + 2 \cdot -15 + 3 = -12 + 24 = 12$	1

Пресметува 30% од $\frac{A}{B}$: $\frac{-6}{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{30}{100} = 12 \cdot \frac{3}{10} = \frac{18}{5}$ или $3\frac{3}{5}$ или 3,6	Пресметува 30% од $\frac{A}{B}$: $\frac{-6}{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{30}{100} = 12 \cdot \frac{3}{10} = \frac{18}{5}$ или $3\frac{3}{5}$ или 3,6	1
Вкупно бодови		3
Ја запишува апсолутната вредност $ 5a+3 = \begin{cases} 5a+3, a \geq -\frac{3}{5} \\ -5a-3, a < -\frac{3}{5} \end{cases}$ и заменува во A т.е. $A = -2a - (-5a - 3) = 3a + 3$		
Ја пресметува вредноста на $\frac{A}{B}$ т.е. $\frac{3a+3}{-\frac{1}{2}} = -6a - 6$		
Заменува за $a = -3$, а потоа одредува 30%		

23.

Чекори		Бодови
Го средува изразот во заградата: $\left(\frac{1-2x}{3+6x} + 2x - 1\right) = \frac{(1-2x)(-2-6x)}{3(1+2x)} = \frac{-2(1-2x)(1+3x)}{3(1+2x)}$		1
Операцијата делење ја заменува со операцијата множење со реципрочната вредност, т.е. запишува $\frac{-2(1-2x)(1+3x)}{3(1+2x)} \cdot \frac{1+2x}{1-2x} = \frac{-2(1+3x)}{3}$		1
Извлекува пред заграда во последната дробка и крати: $\frac{6x^2 - 2x}{3x} = \frac{2\cancel{x}(3x-1)}{3\cancel{x}} = \frac{2(3x-1)}{3}$		1
Ја пресметува разликата $\frac{-2(1+3x)}{3} - \frac{2(3x-1)}{3} = -2 \frac{\cancel{x} + 3x + 3x - \cancel{x}}{3} = -4x$		1
Забелешка: Се прифаќаат сите решенија во кои операциите се извршени коректно, но по поинаков редослед		
Вкупно бодови		4
Користи дистрибутивен закон $\frac{1-2x}{3+6x} \cdot \frac{1+2x}{1-2x} + (2x-1) \cdot \frac{1+2x}{1-2x} - \frac{6x^2-2x}{3x}$		1
Го средува добиениот израз $\frac{1+2x}{3+6x} - (1+2x) - \frac{2x(3x-1)}{3x}$		1
Крати $\frac{1}{3} - (1+2x) - \frac{2(3x-1)}{3}$		1
Собира $\frac{1-3-6x-6x+2}{3} = \frac{-12x}{3} = -4x$		1

24.

Чекори		Бодови
Ја запишува неравенката во облик $\frac{3x-5}{x+1} - 1 \geq 0$, односно $\frac{2x-6}{x+1} \geq 0$	Ги множи двете страни на неравенката со $(x+1)^2$ и добива $(3x-5)(x+1) \geq (x+1)^2$	1

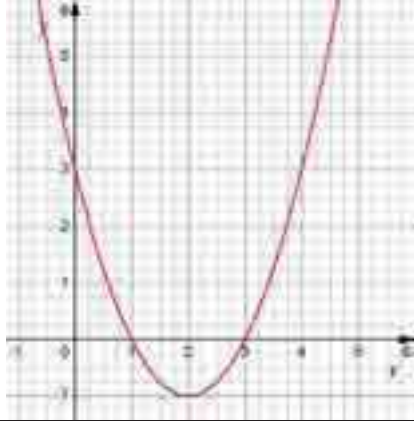
Ги запишува системите линеарни неравенки $\begin{cases} 2x-6 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x-6 \leq 0 \\ x+1 < 0 \end{cases}$	Ги средува изразите и ја запишува неравенката во облик $x^2 - 2x - 3 \geq 0$	1
Ги решава системите, ја определува унијата од добиените интервали и добива $x \in (-\infty, 1) \cup [3, \infty)$	Ја решава неравенката и добива $x \in (-\infty, -1) \cup [3, \infty)$	1
Вкупно бодови		3
Ја запишува неравенката во облик $\frac{2x-6}{x+1} \geq 0$ т.е. $\frac{2(x-3)}{x+1} \geq 0$	Ја запишува неравенката во облик $\frac{3x-5}{x+1} - 1 \geq 0$, односно	1
Ја запишува неравенката во облик $(x-3)(x+1) \geq 0$		1
Ја решава неравенката и добива $x \in (-\infty, -1) \cup [3, \infty)$		1

25.

Чекори		Бодови
Ги одредува $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1 x_2 = m - 1$	Ги одредува $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1 x_2 = m - 1$	1
Го трансформира изразот $x_1^3 + x_2^3 = 7$ во облик $(x_1 + x_2) [(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] = 7$	Го трансформира изразот $x_1^3 + x_2^3 = 7$ во облик $(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 7$	1
Ја добива равенката $1 - 3(m - 1) = 7$ и го добива решението $m = -1$	Ја добива равенката $1 - 3(m - 1) = 7$ и го добива решението $m = -1$	1
Вкупно бодови		3

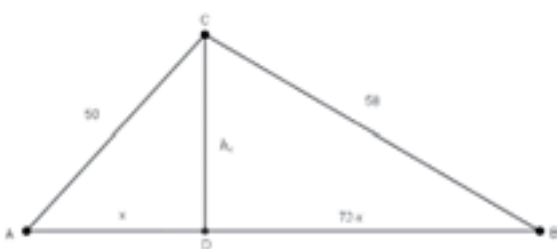
26.

Чекори		Бодови
Од првиот услов, т.е. $f(0) = 3$, добива $c = 3$		1
Од условот за екстремна вредност во $x = 2$, добива $2 = -\frac{b}{2a}$, односно $b = -4a$		1
Од условот $f(-1) = 8$, добива $8 = a - b + 3$, односно $a - b = 5$		1



Го решава системот равенки $\begin{cases} b = -4a \\ a - b = 5 \end{cases}$ и добива $a = 1, b = -4$	1
Го скицира графикот на функцијата 	1
Вкупно бодови	5

27.

Чекори	Бодови
Ја пресметува вредноста $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{50+58+72}{2} = 90$	1
Со примена на Хероновата формула, ја пресметува плоштината на триаголникот $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 1440$	1
Воочува дека најголемата страна е c , па од $P = \frac{ch_c}{2}$ ја определува висината h_c : $h_c = \frac{2P}{c} = 40$	1
$r = \frac{P}{s} = \frac{1440}{90} = 16$	1
Вкупно бодови	4


<p>Воочува дека најголемата страна е $c = 72$, прави цртеж</p>  <p>Според ознаките на цртежот $h_c^2 = 50^2 - x^2$ и $h_c^2 = 58^2 - (72 - x)^2$</p>	1
<p>Со изедначување добива $2500 - x^2 = 3364 - 5184 + 144x - x^2$ т.е. $x = 30$</p>	1
<p>Со замена одредува дека $h_c = 40$</p>	1
<p>$r = \frac{P}{s} = \frac{1440}{90} = 16$</p>	1

28.

Чекори	Бодови
<p>Ја одредува апотемата од условот $\frac{a}{h} = \cos 60^\circ$,</p> <p>$h = 8$.</p> 	1
<p>Ја пресметува обвивката $M = 4 \frac{ah}{2} = 128$</p>	1
<p>Ја пресметува плоштината на основата</p> <p>$B = a^2 = 64$</p>	1
<p>Ја пресметува плоштината на пирамидата $P = B + M = 192$</p>	1
Вкупно бодови	
<p>Ја одредува висината H од условот $\frac{H}{\frac{a}{2}} = \tan 60^\circ$,</p> <p>$H = 4\sqrt{3}$. Потоа ја одредува апотемата од</p> <p>$h = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 8$ или $h = \frac{H}{\sin 60^\circ}$</p> 	1
<p>Ја пресметува обвивката $M = 4 \frac{ah}{2} = 128$</p>	1

Ја пресметува плоштината на основата $B = a^2 = 64$	1
Ја пресметува плоштината на пирамидата $P = B + M = 192$	1

29.

Чекори	Бодови
<p>Од условот на задачата запишува дека $c = H = 5\text{cm}$ и ја определува висината на трапезот</p> $h^2 = c^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = 25 - 9 = 16,$ <p>односно $h = 4\text{cm}$</p>	1
<p>Го одредува волуменот на призмата</p> $V_P = BH = \frac{(a+b)h}{2} H = \frac{(8+2)4}{2} \cdot 5 = 100\text{cm}^3$	1
<p>Воочува дека $r = \frac{h}{2} = 2$ и го пресметува волуменот на цилиндарот</p> $V_C = \pi r^2 H = 4 \cdot 5\pi = 20\pi\text{cm}^3$	1
<p>Го пресметува бараниот однос на волумените</p> $\frac{V_P}{V_C} = \frac{100}{20\pi} = \frac{5}{\pi}$	1
Вкупно бодови	4
<div style="text-align: center;">  </div>	1
<p>Од условот на задачата запишува дека $c = H = 5\text{cm}$ и ја определува висината на трапезот $h^2 = 5^2 - 3^2$ т.е $h = 4\text{cm}$</p>	
<p>Го одредува волуменот на призмата</p> $V_P = BH = \left(bh + \frac{(a-b)h}{2} \right) \cdot H = \frac{(8+2)4}{2} \cdot 5 = 100\text{cm}^3$	1

Воочува дека $r = \frac{h}{2} = 2$ и го пресметува волуменот на цилиндарот $V_C = BH = r^2 \pi H = 4 \cdot 5\pi = 20\pi \text{cm}^3$	1
Го пресметува бараниот однос на волумените $\frac{V_P}{V_C} = \frac{100}{20\pi} = \frac{5}{\pi}$	1

30.

Чекори	Бодови
Дропките ги сведува на ист именител: $\frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)}$	1
Во именителот ја применува формулата за разлика на квадрати: $\frac{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$	1
Го применува основниот тригонометриски идентитет $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, односно $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$ и по кратењето го добива решението $2 \cos \alpha$	1
Вкупно бодови	3
Го применува основниот тригонометриски идентитет $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, односно $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$ и запишува $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} \cdot \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}$	1
Во броителот ја применува формулата за разлика на квадрати $1 - \cos^2 \alpha = (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$ и крати $1 + \cos \alpha - (1 - \cos \alpha)$	1
Собира и добива $2 \cos \alpha$	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО ПОВЕЌЕЧЛЕН ИЗБОР АВГУСТ 2023

Број на задача	Решение	Бодови
1.	Б	1
2.	А	1
3.	Б	1
4.	А	1
5.	Б	1
6.	Г	1
7.	В	1
8.	А	1
9.	Б	1
10.	Г	1
11.	Б	1
13.	Б	1
14.	Б	1
15.	А	1

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ СО КРАТОК ОДГОВОР

Број на задача	Решение	Бодови
16.	А. $(-1,5)$ или $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 < x < 5\}$	1
	Б. $(M \cap S) \times (S \setminus M) = \{(1,2), (1,4), (3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$	1
17.	А. $\mathbb{R} \setminus \{-3,1\}$	1
	Б. $m \in (1, \infty)$	1
18.	$m = 10$	2
	$n = -40$	
19.	А. $\overrightarrow{BS} = \vec{b} - \vec{a}$	1
	Б. $P = 150\sqrt{3} \text{ cm}^2$	1
20.	А. 450 cm^2	1
	Б. $A = -\frac{10}{3}$	1

ЗАДАЧИ СО ЦЕЛОСНА ПОСТАПКА НА РЕШАВАЊЕ

21.

Чекори	Бодови
<p>Ја определува вистинитосната вредност на исказот p</p> $\tau(p) = \tau\left(\frac{2}{3} + 2 : \frac{6}{5} = 2\frac{1}{3}\right) = \tau\left(\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}\right) = \text{Т}$	1
<p>Ја определува вистинитосната вредност на исказот q</p> $\tau(q) = \tau(\text{бројот нула не е цел број}) = \perp$	1
<p>Ја определува вистинитосната вредност на исказната формула</p> $\tau(F) = ((q \wedge \neg p) \leftrightarrow q) = ((\perp \wedge \neg \text{Т}) \leftrightarrow \perp) = \tau(\perp \leftrightarrow \perp) = \text{Т}$	1
Вкупно бодови	3

22.

Чекори	Бодови
<p>Ги заменува $z_1 = 2 - i$ и $z_2 = 1 + i$ и го извршува операциите во броителот и именителот:</p> $\frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i} = \frac{2 - i + 1 + i + 1}{2 - i - 1 - i + i} = \frac{4}{1 - i}$	1
<p>Рационализира и добива</p> $\frac{4}{1 - i} \cdot \frac{1 + i}{1 + i} = 2 + 2i$	1
$\left \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i} \right = 2 + 2i = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$	1
Вкупно бодови	3

23.

Чекори	Бодови
Одредува НЗС за именителите во заградата т.е. $(3-a)(9+3a+a^2)$	1
Ги проширува дробките во заградата и ги извршува операциите во броителот $\frac{a(a^2+3a+9)+12a^2-9a+9(3-a)}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{-a^3+9a^2-27a+27}{(3-a)(9+3a+a^2)}$	1
Го запишува изразот во броителот како $(3-a)^3$ и крати: $\frac{(3-a)^{\cancel{3}^2}}{\cancel{(3-a)}(9+3a+a^2)} = \frac{(3-a)^2}{9+3a+a^2}$	1
Операцијата делење ја заменува со операцијата множење со реципрочната вредност, ја пресметува разликата и добива: $\frac{9a}{(3-a)^2} - \frac{9+3a+a^2}{(a-3)^2} = \frac{-a^2+6a-9}{(a-3)^2} = -1$	1
Вкупно бодови	4

24.

Чекори	Бодови	
Го запишува изразот во заградата во облик: $\frac{7x-x+2}{7}$,односно $\frac{6x+2}{7}$	Ги множи двете страни на неравенката со 14 и добива $63x+49-(14x-2x+4) < 42$	1
Ја пресметува разликата $\frac{9x+7}{2} - \frac{6x+2}{7}$ на десната страна и добива $\frac{51x+45}{14} < 3$	Ги средува изразите и ја запишува неравенката во облик $51x+45 < 42$	1
Ја решава неравенката и добива $x < \frac{-1}{17}$, т.е. $x \in \left(-\infty, \frac{-1}{17}\right)$		1
Најголемиот цел број што ја задоволува неравенката е бројот -1		
Вкупно бодови	4	

25.

Чекори	Бодови
Ги означува со x и y парите вложени во првата, односно втората банка, соодветно и го запишува условот $x + y = 12000$	1
Го запишува условот $\frac{9}{100}x + \frac{11}{100}y = 1180$	1
<p>Го решава системот равенки</p> $\begin{cases} x + y = 12000 \\ \frac{9}{100}x + \frac{11}{100}y = 1180 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x + y = 12000 \\ 9x + 11y = 118000 \end{cases}$ <p>и го добива решението $\begin{cases} x = 7000 \\ y = 5000 \end{cases}$</p> <p>Лицето вложило 7000 денари во првата и 5000 денари во втората банка.</p>	1
Вкупно бодови	3

26.

Чекори	Бодови
А. Го користи условот $f(1) = 0$ и добива $0 = (m^2 - 4) \cdot 1 - 3m$, односно $m^2 - 3m - 4 = 0$	1
Ја решава квадратната равенка и добива $m_1 = -1$ $m_2 = 4$	1
Б. Го користи условот $f(0) = 3$ и добива $3 = (m^2 - 4) \cdot 0 - 3m$, од каде следува $m = -1$	1
В. Го користи условот $m^2 - 4 = 0$ и добива $m_1 = -2$ $m_2 = 2$	1
<p>Го скицира графикот на функцијата $f(x) = -3x + 3$</p>	1
Вкупно бодови	5

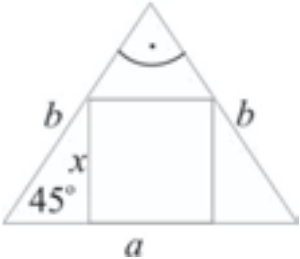
27.

Чекори	Бодови
Ја пресметува генератрисата применувајќи ја Питагоровата теорема: $s^2 = H^2 + R^2$ и добива $s = 10 \text{ dm}$ или $s = 100 \text{ cm}$	1
Ја пресметува плоштината на конусот $P = B + M = R^2\pi + R\pi s$ и добива $P = 96\pi \text{ dm}^2$ или $P = 9600\pi \text{ cm}^2$	1
Го пресметува волуменот на конусот $V = \frac{BH}{3} = \frac{R^2\pi H}{3}$ и добива $V = 96\pi \text{ dm}^3$ или $V = 96000\pi \text{ cm}^3$	1
Вкупно бодови	3

28.

Чекори	Бодови	
Го запишува дадениот услов воведувајќи соодветни ознаки, на пример, $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, односно $x = 3k$, $y = 2k$ и за висината на пирамидата добива $H = 3k + 2k = 5k$.	1	
Го запишува условот $B = B_1 + 21$, каде што B и B_1 се плоштините на основата на пирамидата и плоштината на паралелниот пресек, соодветно.	Го запишува условот $B_1 = B - 21$, каде што B и B_1 се плоштините на основата на пирамидата и плоштината на паралелниот пресек, соодветно.	1
Воочува дека y е висина на пирамидата чијашто плошина на основата е B_1 и го запишува условот $\frac{B}{B_1} = \frac{H^2}{y^2}$, односно $\frac{B_1 + 21}{B_1} = \frac{25k^2}{4k^2}$	Воочува дека y е висина на пирамидата чијашто плошина на основата е B_1 и го запишува условот $\frac{B}{B_1} = \frac{H^2}{y^2}$, односно $\frac{B}{B - 21} = \frac{25k^2}{4k^2}$	1
Ја пресметува плоштината на основата $B = 25$	1	
Вкупно бодови	4	

29.

Чекори	Бодови
<p>Прави скица и воочува дека триаголникот е правоаголен (аголот при врвот е прав). Ги означува основата и катетите на триаголникот, на пример, со a и b, а страната на квадратот со x.</p> 	1
<p>Го определува кракот b од условот $P = \frac{b^2}{2} = 18$ и добива дека $b = 6$ cm</p>	1
<p>Ја определува основата на триаголникот $a = b\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm</p>	1
<p>Воочува дека $\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{x}{\frac{a}{2} - \frac{x}{2}}$, ја пресметува должината на страната на квадратот $x = 2\sqrt{2}$ cm и за плоштината на квадратот добива $P_{kv} = 8$ cm²</p>	1
Вкупно бодови	4

30.

Чекори	Бодови
<p>Ја трансформира левата страна изразувајќи ги $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$ преку $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ и добива $\sin^3 \alpha \left(1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right) + \cos^3 \alpha \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right)$</p>	1
<p>Собира во заградите, крати и добива $\sin^2 \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha) + \cos^2 \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)$</p>	1
<p>Извлекува пред заграда и го користи основниот тригонометриски идентитет: $(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$</p>	1
Вкупно бодови	3